

MODEL OPTIMASI UKURAN *LOT* PRODUKSI PADA SISTEM PRODUKSI YANG TIDAK SEMPURNA PADA INSPEKSI SENSUS DENGAN KRITERIA MINIMASI TOTAL ONGKOS*

Alrizka Valent R. Putra, Hendro Prassetiyo, Arie Desrianty

Jurusan Teknik Industri
Institut Teknologi Nasional (Itenas) Bandung

Email: alrizkavalent@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini membahas mengenai proses produksi pada sistem tidak sempurna akibat deteriorasi mesin dan kesalahan pemeriksaan oleh operator, sehingga dapat menghasilkan produk diluar spesifikasi. Seluruh produk diperiksa setelah melalui proses produksi. Produk baik akan langsung dikirim ke konsumen, sedangkan produk cacat akan melalui proses rework. Produk baik yang telah dikirim, memungkinkan merupakan produk cacat akibat kesalahan operator pada saat pemeriksaan. Produk cacat yang dinyatakan baik akan diganti oleh perusahaan dengan produk baru. Sedangkan untuk produk cacat, setelah proses rework akan dilakukan pemeriksaan secara sensus sebelum hasil proses rework dikirim ke konsumen. Pada penelitian ini dilakukan pengembangan model optimasi ukuran lot produksi pada sistem tidak sempurna dengan inspeksi sensus berdasarkan kriteria minimasi total ongkos.

Kata kunci: proses produksi, lot produksi, rework, deteriorasi

ABSTRACT

This research discusses the production process on the system is not perfect due to deterioration of the machine and the error inspection by the operator, so as to produce a product out of specification. All products examined after going through the production process. Both products will be sent, while the defective product will be through the rework process. Good products that have been shipped to customers, allowing a defective product due to operator error at the time of inspection. Declared defective products will either be replaced by a company with a new product. As for defective products, after the rework process will be carried out inspections census before the results of the rework process is sent to the consumer. In this research, the development of an optimization model on the production lot size is not a perfect system with census inspection by the criteria of minimizing total costs.

Keywords: the production process, production lot, rework, deterioration

* Makalah ini merupakan ringkasan dari Tugas Akhir yang disusun oleh penulis pertama dengan pembimbingan penulis kedua dan ketiga. Makalah ini merupakan draft awal dan akan disempurnakan oleh para penulis untuk disajikan pada seminar nasional dan/atau jurnal nasional

1. PENDAHULUAN

1.1. Pengantar

Perkembangan teknologi di dunia semakin cepat yang berbanding lurus dengan pengaruh yang diberikannya terhadap persaingan industri secara keseluruhan, hal ini berdampak terhadap para pelaku industri yang harus memenuhi seluruh permintaan konsumen dan menjaga kualitas dari produk yang akan dihasilkannya. Namun pada permasalahannya, proses produksi tidak selalu menjamin akan menghasilkan produk baik.

Model Ben-Daya & Rahim (2003) menentukan ukuran lot produksi pada sistem yang tidak sempurna dengan mempertimbangkan bahwa kondisi produksi tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi menjadi tidak sempurna. Model ini juga mempertimbangkan kesalahan pemeriksaan, yaitu menerima produk yang gagal (*defective item*) dan menolak produk yang baik (*good item*).

Model Kadarisman (2007) merupakan penggabungan model EPQ dengan Ben-daya & Rahim (2003). Karakteristik sistem produksi yang tidak sempurna akibat adanya kesalahan pada saat pemeriksaan dengan keputusan penentuan ukuran lot produksi berdasarkan Ben-daya & Rahim (2003), sedangkan penentuan variabel yang diperlukan dalam model optimasi diperoleh dengan pendekatan model EPQ.

Irawan (2013) telah melakukan penelitian dengan mempertimbangkan bahwa sistem produksi tidak sempurna, tidak hanya dipengaruhi oleh kesalahan pada saat pemeriksaan saja, namun juga karena kondisi mesin/peralatan yang mengalami deteriorasi. Penelitian ini mengasumsikan produk hasil rework selalu baik dan langsung dikirim, tetapi pemeriksaan yang dilakukan secara sensus dapat menyebabkan kesalahan mengidentifikasi produk baik maupun produk cacat. Hal ini membuat produk yang diasumsikan baik oleh operator yang langsung dikirim ke konsumen, bisa saja merupakan produk cacat. Bila hal ini terjadi, tentunya akan ada komplain dari konsumen dan akan mengurangi kepercayaan konsumen kepada perusahaan.

Renggayanti (2014) membuat model dengan inspeksi sensus yang mempertimbangkan adanya kesalahan operator pada saat pemeriksaan dan terdapatnya mesin/peralatan yang mengalami deteriorasi, sehingga kriteria menerima produk baik oleh operator pada saat pemeriksaan, yang akan langsung dikirim kepada konsumen bila ternyata merupakan produk cacat karena kesalahan pemeriksaan, akan dikembalikan kepada perusahaan dan produk tersebut akan digantikan. Model ini juga mempertimbangkan penentuan ukuran lot produksi yang optimal untuk menghasilkan total ongkos yang minimum. Kondisi *real* yang terjadi di beberapa proses produksi, yakni produk yang cacat pada saat di inspeksi tidak selalu merupakan produk *reject*, namun bisa juga merupakan produk *rework*. Produk *rework* tersebut masih dapat dilakukan proses produksi dengan dua kemungkinan hasil produk, yakni *good product* atau *defective product*.

1.2. Identifikasi Masalah

Pencapaian produktivitas yang tinggi merupakan salah satu hal yang penting dalam dunia manufaktur. Hal tersebut dapat terwujud dengan memperhatikan 2 faktor, yaitu kapasitas mesin dan *run* produksi. Namun di sisi lain, hal ini menyebabkan beban kerja mesin/peralatan yang akan meningkat juga. Dalam kenyataannya, tingkat permintaan dapat memiliki volume yang tinggi dan berbeda-beda. Hal tersebut memunculkan kemungkinan bahwa ada kalanya suatu permintaan tidak akan terpenuhi.

Bila permintaan tidak terpenuhi, perusahaan yang bersangkutan akan dikenai denda/penalti. Di sisi lain, bila perusahaan memproduksi dalam jumlah yang sangat besar, kemungkinan adanya produk yang tidak terjual menjadi ada. Kedua hal tersebut sangat berpengaruh terhadap biaya yang harus dikeluarkan oleh perusahaan. Oleh karena itu, optimasi ukuran lot produksi adalah hal yang cukup penting. Untuk menghasilkan lot produksi yang optimal, perusahaan perlu mempertimbangkan sistem produksi yang tidak sempurna akibat kesalahan pemeriksaan oleh operator dan juga mesin/peralatan yang digunakan mengalami deteriorasi. Berdasarkan kondisi tersebut, penelitian ini akan mencoba mengembangkan model optimasi *lot* produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi serta adanya kesalahan operator pada saat pemeriksaan dengan kriteria minimasi total ongkos. Metode yang digunakan untuk mengembangkan model optimasi tersebut adalah pemrograman dinamis.

2. STUDI LITERATUR

2.1. Metode EOQ dan EPQ

Menurut Tersine (1994), metode EOQ digunakan untuk menentukan jumlah ekonomis pada setiap pemesanan sehingga dapat meminimasi biaya total persediaan. Perumusan total biaya persediaan dimulai dengan menghitung jumlah pemesanan ekonomis adalah:

$$\text{Total Ongkos} = \text{Ongkos Pembelian} + \text{Ongkos Pemesanan} + \text{Ongkos Simpan}$$

$$TC(Q) = PR + \frac{CR}{Q} + \frac{HQ}{2} \quad (1)$$

2.2. Teori Persediaan

Menurut Tersine (1994), persediaan merupakan barang atau bahan baku baik itu bahan setengah jadi ataupun bahan yang disimpan dalam gudang atau tempat penyimpanan barang tersebut sambil menunggu untuk diproses atau digunakan lebih lanjut.

2.3. Model Ben-Daya & Rahim (2003)

Tujuan dari model yang dikembangkan oleh Ben-daya & Rahim (2003) adalah untuk menentukan ukuran lot produksi pada persoalan multistage dengan proses produksi yang tidak sempurna dengan mempertimbangkan kesalahan pemeriksaan yaitu menerima produk yang gagal (*defective item*) dan menolak produk yang baik (*good item*).

2.4. Model Kadarisman *et al* (2007)

Pada Kadarisman (2007) terdapat pemodelan terjadinya probabilitas kegagalan (Pg_j). Pg_j ini merupakan probabilitas terjadinya produk gagal yang terus meningkat disetiap run produksi karena dipengaruhi oleh laju kenaikan probabilitas produk gagal (i) yang mungkin terjadi di setiap run produksi ke- j yang dinyatakan oleh rumus:

$$Pg_j = (1+i)^j \times Pg_0 \quad (2)$$

Persamaan yang digunakan Kadarisman (2007) untuk menentukan total ongkos terkecil dapat dinyatakan dengan persamaan $U + CP + \{f_{j+1} \cdot (S_{j+1})\}$, dengan $\{f_{j+1} \cdot (S_{j+1})\}$ sebagai berikut:

$$\left\{ (\alpha) [P_{C_{j0}} \cdot f_{j+1} \cdot (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} \cdot (S_{j+1})] + (\beta) [P_{C_{j0}} \cdot f_{j+1} \cdot (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} \cdot (S_{j+1})] + (1 - \alpha) [P_{C_{j0}} \cdot f_{j+1} \cdot (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} \cdot (S_{j+1})] + (1 - \beta) [P_{C_{j0}} \cdot f_{j+1} \cdot (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} \cdot (S_{j+1})] \right\} \quad (3)$$

2.5. Model Indrapriyatna *et al* (2007)

Biaya kegagalan eksternal terjadi jika batch yang telah dikirimkan ke konsumen ditolak oleh konsumen dan dikembalikan ke perusahaan. Biaya ini mencakup: (1) Biaya untuk melakukan

pemeriksaan 100%, (2) Biaya simpan part selama pemeriksaan 100%, (3) Biaya untuk mengerjakan ulang seluruh part nonconforming, (4) Biaya simpan part selama pengerjaan ulang, dan (5) Biaya komplain konsumen. Ekspektasi biaya total untuk kegagalan eksternal, EFC, adalah:

$$P_a(1 - P_a) \left(k_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + c_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + [k_2 + c_1 \sum_{i=1}^N Q_i] r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \right\} + k_3 N \right) \quad (4)$$

2.6. Model Irawan (2013)

Irawan (2013) telah melakukan penelitian model optimisasi lot produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimisasi total ongkos. Penelitian ini mempertimbangkan bahwa sistem produksi tidak sempurna tidak hanya dipengaruhi oleh kesalahan pada saat pemeriksaan namun pada kondisi mesin/peralatan yang mengalami deteriorasi.

Total Biaya = Biaya Set-up + Biaya Produksi + Biaya Kegagalan Internal

TC =

$$[U] + [Q \cdot O] + [Q \times W_1 \times (K_1 + C)] + \left[[(1 - P_{c_j})\theta_2 + (P_{c_j})\theta_4] \times Q \times W_1 \times (K_1 + C) \right] + \left\{ [(1 - P_{c_j})\theta_2 \times Q \times W_2 \times (K_2 + C)] + [P_{c_j} \times \theta_4 \times W_3 \times (K_3 + C)] \right\} \quad (5)$$

2.7. Model Renggayanti (2014)

Renggayanti (2014) melakukan penelitian mengenai penentuan ukuran *lot* produksi pada sistem produksi yang mengalami *deteriorasi* yang terdiri dari *single stage* dan pemeriksaan yang dilakukan secara sensus dengan kriteria minimisasi total ongkos.

Pada setiap *run* produksi, untuk kondisi menerima kriteria produk baik yang merupakan produk baik akan langsung dikirim ke konsumen dan kondisi menerima kriteria produk baik yang merupakan produk cacat yang telah dikirim kepada konsumen akan dikembalikan karena mendapat komplain dari konsumen. Hal ini dikarenakan, tidak ada jaminan bahwa produk yang dikirimkan ke konsumen merupakan produk baik walaupun pemeriksaan dilakukan dengan sensus, karena bisa saja terdapat kesalahan operator ketika pemeriksaan yang nantinya akan mempengaruhi biaya pengendalian kualitas eksternal yaitu biaya yang timbul karena produk gagal memenuhi persyaratan atau memenuhi kebutuhan pelanggan.

Total Biaya = Biaya Set-up + Biaya Produksi + Biaya Kegagalan Internal

TC =

$$[U] + [Q \times O_i] + [Q \times W_1 \times K_1] + [P_{c_j} \times [(\theta_3 \times Q \times W_1 \times K_1) + (\theta_4 \times Q \times W_1 \times K_1)]] + [P_{c_j} \times (\theta_4 \times Q \times W_2 \times K_2)] + [Q \times W_1 \times C] + [P_{c_j} \times [(\theta_3 \times Q \times W_1 \times C) + (\theta_4 \times Q \times W_1 \times C)]] + [P_{c_j} \times (\theta_4 \times Q \times W_2 \times C)] \quad (6)$$

2.8. Distribusi Binomial

Menurut Walpole (1995) distribusi binomial merupakan distribusi diskrit yang menaksir suatu probabilitas sukses (H) tepat akan terjadi x kali dalam percobaan Bernoulli. Jadi bila $P = \{X = x\}$ menyatakan probabilitas akan tepat terjadi x sukses (H) dari n percobaan Bernoulli yang identik dan saling bebas maka:

$$P\{X = x\} = b\{x; n; p\} = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x} \quad , x = 0, 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

2.9. Pemrograman Dinamis

Menurut Hillier (1990), pemrograman dinamis adalah suatu teknik matematis yang biasanya digunakan untuk membuat suatu keputusan dari serangkaian keputusan yang saling berkaitan. Tujuan utama model ini ialah untuk mempermudah penyelesaian persoalan optimisasi yang mempunyai karakteristik tertentu. Hubungan rekursif akan selalu memiliki bentuk: $f_n^*(s_n) = \max \{f_n(s_n, x_n)\}$ atau $f_n^*(s_n) = \min \{f_n(s_n, x_n)\}$.

Model Optimasi Ukuran Lot Produksi Pada Sistem Produksi Yang Tidak Sempurna Pada Inspeksi Sensus Dengan Kriteria Minimasi Total Ongkos

$$f_n(s_n, x_n) \text{ akan dinyatakan dalam } s_n, x_n, f_{n+1}^*(s_{n+1}) \quad (8)$$

3. METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dalam beberapa tahap, yaitu:

1. Studi Literatur

Melakukan pengumpulan teori-teori dan referensi yang terkait dengan penelitian yang dilakukan.

2. Identifikasi Masalah

Permasalahan yang dihadapi adalah kemungkinan terjadinya kegagalan dalam proses produksi yang akan menghambat pemenuhan permintaan konsumen akibat adanya *deteriorasi* mesin dan adanya kesalahan operator pada saat pemeriksaan. Proses pemeriksaan dilakukan secara sensus dengan asumsi produk memiliki bentuk yang kompleks dan mewah, ukuran yang besar, diproduksi secara terbatas (tidak massal), dan merupakan produk yang mahal. Variabel biaya yang dipertimbangkan untuk meminimasi total ongkos permasalahan tersebut, yaitu biaya *setup*, produksi, *rework*, simpan, dan penalti.

3. Pengembangan Model

Posisi model penelitian terhadap penelitian-penelitian sebelumnya yang berkaitan dapat dilihat pada Gambar 1.

	Keterangan	EPQ	Ben-Daya (2003)	Kadarisman (2007)	Irawan (2013)	Renggayanti (2014)	Penelitian
	Pendekatan	Kontinu	Kontinu	Diskrit	Diskrit	Diskrit	Diskrit
		Statis & Deterministik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik
Kriteria	Kondisi	Proses selalu terkendali sehingga seluruh produk yang dihasilkan berkualitas baik dan fasilitas produksi tidak pernah gagal/rusak	Proses tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi tidak sempurna dan kegagalan produk mungkin terjadi	Proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang tidak sempurna dengan kriteria minimasi total ongkos	proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimasi ongkos	proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimasi ongkos	proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimasi ongkos
	Komponen Ongkos	ongkos <i>setup</i> , ongkos produksi, ongkos simpan	ongkos pengendalian kualitas, ongkos <i>setup</i> , ongkos pengadaan persediaan, ongkos pemeriksaan, ongkos perbaikan	ongkos <i>setup</i> , ongkos produksi, ongkos penalti	ongkos <i>setup</i> , ongkos produksi, ongkos penalti, ongkos pengendalian kualitas	ongkos <i>setup</i> , ongkos produksi, ongkos penalti, ongkos pengendalian kualitas	biaya <i>setup</i> , biaya produksi, biaya <i>rework</i> , biaya simpan, biaya penalti, dan biaya inspeksi
	Proses Inspeksi	Sampling	Sampling	Sampling	Sensus	Sensus	Sensus sebanyak dua kali
	Fungsi Tujuan	Minimasi Total Ongkos	Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC)	Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC)	Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC)	Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC)	Minimasi Expectation Total Cost (ETC)
	Variabel Keputusan	Produksi, <i>Reorder Point</i>	Ukuran Lot Produksi	Qj : Ukuran lot produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke-j	Qj : Ukuran lot produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke-j	Qj : Ukuran lot produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke-j	Qj : Ukuran lot produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke-j
	Metode Solusi	Analitik	<i>Transision Probability</i>	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik
	Status yang terungkap	Tidak ditemukan dalam literatur	Produk <i>non-conforming</i>	Jumlah <i>Demand</i> yang belum terpenuhi	Jumlah <i>Demand</i> yang belum terpenuhi	Jumlah <i>Demand</i> yang belum terpenuhi	Jumlah <i>Demand</i> yang belum terpenuhi

Gambar 1. Perbandingan Model

4. Pengujian Model dan Analisis

Pengujian model dilakukan untuk mengetahui jalan atau tidaknya model yang telah dikembangkan dengan mengubah parameter-parameter ongkos yang bertujuan untuk melakukan analisis sensitivitas variabel keputusan terhadap perubahan parameter yang dilakukan, pengujian ini dilakukan dengan menggunakan data hipotetik yang

memperhatikan kriteria minimasi total ongkos yang digunakan dalam menyelesaikan masalah pemenuhan permintaan dengan menentukan ukuran *lot* berdasarkan permintaan pada sistem produksi yang tidak sempurna akibat *deteriorasi* dan kesalahan operator. Dengan melakukan pengujian terhadap model, dapat diketahui sejauh mana solusi optimal yang dapat dihasilkan terhadap model tersebut, sehingga jika solusi optimal masih belum memenuhi fungsi tujuan yang diinginkan, maka dapat dilakukan perbaikan terhadap model penelitiannya.

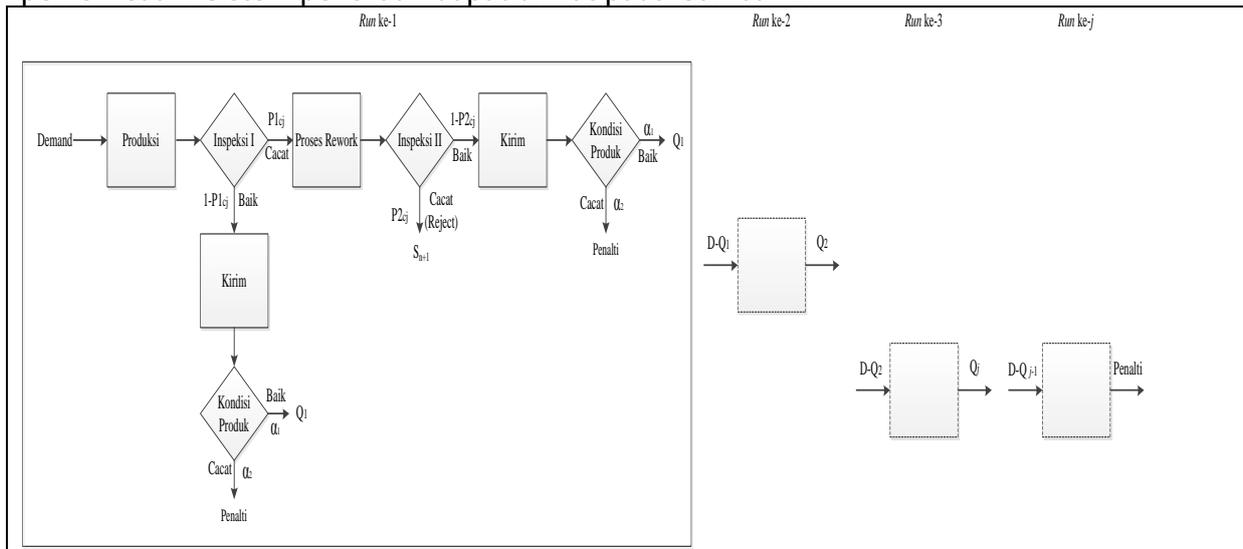
5. Kesimpulan dan Saran

Tahap kesimpulan dan saran merupakan tahap akhir dari penelitian, Kesimpulan merupakan ringkasan dari keseluruhan penelitian yang akan memberikan hasil mengenai penelitian yang telah dilakukan dan memberikan saran untuk penelitian selanjutnya.

4. PENGEMBANGAN MODEL

4.1 Deskripsi Sistem

Sistem yang dibahas dalam penelitian ini adalah ukuran *lot* produksi pada sistem produksi yang mengalami *deteriorasi* yang terdiri dari *single stage* dengan kriteria minimisasi total ongkos. Produksi akan dilakukan dalam beberapa *run* produksi dengan kondisi konsumen memungkinkan untuk melakukan komplain dikarenakan kesalahan operator saat pemeriksaan. Sistem penelitian dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Sistem Penelitian

Pada Gambar 2 dijelaskan bahwa untuk memenuhi permintaan konsumen, maka perusahaan harus melakukan proses produksi. Namun, adanya kapasitas mesin yang terbatas menyebabkan diperlukannya beberapa kali *run* produksi untuk dapat memenuhi permintaan konsumen. Seluruh produk yang dibuat akan mengalami proses pemeriksaan yang akan dikenakan biaya simpan. Pemeriksaan sensus dilakukan untuk produk yang memiliki bentuk yang kompleks dan mewah, ukuran yang besar, diproduksi secara tidak massal, dan merupakan produk yang mahal, misalnya pada part/komponen mobil atau pesawat. Saat proses pemeriksaan berlangsung, akan menimbulkan beberapa kemungkinan akibat kesalahan pemeriksaan oleh operator, yaitu produk baik yang dinyatakan baik, produk cacat yang dinyatakan baik, produk baik yang dinyatakan cacat, dan produk cacat yang dinyatakan cacat. Untuk kondisi produk yang dinyatakan cacat pada saat pemeriksaan, akan dilakukan proses *rework*, dimana proses tersebut akan menimbulkan biaya perbaikan dan biaya simpan selama proses *rework* berlangsung dan produk yang mengalami proses *rework* akan mengalami proses pemeriksaan kembali.

Pada setiap *run* produksi, untuk produk baik yang dinyatakan baik akan langsung dikirim ke konsumen dan jika terdapat produk cacat yang dinyatakan baik yang telah dikirim kepada konsumen, maka produk tersebut akan diganti oleh perusahaan dengan produk baru. Hal ini dikarenakan, tidak ada jaminan bahwa produk yang dikirimkan ke konsumen merupakan produk baik, walaupun pemeriksaan dilakukan secara sensus, karena bisa saja terjadi kesalahan operator ketika pemeriksaan. Kondisi ini harus dipenuhi permintaannya dan akan mempengaruhi *demand*. Jika pada *run* produksi pertama permintaan masih belum terpenuhi, maka dapat dipenuhi pada *run* produksi kedua, dan seterusnya hingga permintaan dapat terpenuhi pada *run* ke-*j*, namun apabila dalam batas *run* produksi tertentu permintaan konsumen masih belum terpenuhi, maka perusahaan akan dikenakan biaya penalti.

4.2. Notasi Penelitian

Notasi-notasi yang digunakan dalam penelitian kali ini dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Notasi Penelitian

U	Ongkos Set-up (Rp/Setup)	j	Run Produksi ke- (j = 1,2,3,...,j)
O _i	Ongkos Produksi (Rp)	Q _j	Ukuran Lot Produksi di setiap Run ke-j
C	Ongkos Simpan Inspeksi/unit/satuan waktu (Rp)	S _j	Jumlah Produk yang Harus Dibuat di Run ke-j (unit)
K ₁	Ongkos Inspeksi/unit/satuan waktu (Rp)	α ₁	Probabilitas Produk Baik yang Dinyatakan Baik di Run ke-j (%)
K ₂	Ongkos Rework/unit/satuan waktu (Rp)	α ₂	Probabilitas Produk Cacat yang Dinyatakan Baik di Run ke-j (%)
K ₃	Ongkos Penalti/unit (Rp)	α ₃	Probabilitas Produk Baik yang Dinyatakan Cacat di Run ke-j (%)
W _{ins}	Waktu Inspeksi/unit (Satuan Waktu)	α ₄	Probabilitas Produk Cacat yang Dinyatakan Cacat di Run ke-j (%)
P _{nc}	Probabilitas Menolak Kriteria Produk Baik (%)	W _{rw}	Waktu Rework Produk Rework (Satuan Waktu)
P _{1c_j}	Probabilitas Hasil Produk Cacat di Inspeksi I pada Run Produksi ke-j (%)	W _{rj}	Waktu Rework Produk Reject (Satuan Waktu)
1-P _{1c_j}	Probabilitas Hasil Produk Baik di Inspeksi I pada Run Produksi ke-j (%)	W _b	Waktu Rework Produk Baik (Satuan Waktu)
P _{2c_j}	Probabilitas Hasil Produk Cacat di Inspeksi II pada Run Produksi ke-j (%)	Pr _w	Probabilitas Rework Produk Rework (%)
1-P _{2c_j}	Probabilitas Hasil Produk Baik di Inspeksi II pada Run Produksi ke-j (%)	Pr _j	Probabilitas Rework Produk Reject (%)
P _{g_j}	Probabilitas Kegagalan Produk yang Mungkin Terjadi (%)	P _b	Probabilitas Rework Produk Baik (%)
i	Laju Kenaikan Probabilitas Gagal (%)		

4.3. Pemodelan Probabilitas dengan Mempertimbangkan Biaya Kegagalan

Internal

Produk yang dihasilkan dari proses produksi akan diperiksa secara keseluruhan, jika terdapat produk cacat, maka akan dilakukan proses rework terhadap produk cacat tersebut. Formulasi untuk menentukan *Internal Failure Cost* (IFC) adalah:

$$IFC = [Q_j \times W_{ins} \times K_1] + [Q_j \times W_{ins} \times C] + \{[P_{1c_j} \times Pr_w \times Q_j \times W_{rw} \times K_2] + [P_{1c_j} \times Pr_j \times Q_j \times W_{rj} \times K_2] + [P_{1c_j} \times P_b \times Q_j \times W_b \times K_2]\} + \{[P_{1c_j} \times Pr_w \times Q_j \times W_{rw} \times C] + [P_{1c_j} \times Pr_j \times Q_j \times W_{rj} \times C] + [P_{1c_j} \times P_b \times Q_j \times W_b \times C]\} + [P_{1c_j} \times Q_j \times W_{ins} \times K_1] + [P_{1c_j} \times Q_j \times W_{ins} \times C] \quad (9)$$

Fungsi tujuan untuk meminimasi total ongkos yang dikeluarkan perusahaan dimodelkan dengan persamaan:

Total Biaya = Biaya *Setup* + Biaya Produksi + Biaya Kegagalan Internal

$$Total Cost = [U] + [Q_j \times O_j] + [Q_j \times W_{ins} \times K_1] + [Q_j \times W_{ins} \times C] + \{[P_{1c_j} \times Pr_w \times Q_j \times W_{rw} \times K_2] + [P_{1c_j} \times Pr_j \times Q_j \times W_{rj} \times K_2] + [P_{1c_j} \times P_b \times Q_j \times W_b \times K_2]\} + \{[P_{1c_j} \times Pr_w \times Q_j \times W_{rw} \times C] + [P_{1c_j} \times Pr_j \times Q_j \times W_{rj} \times C] + [P_{1c_j} \times P_b \times Q_j \times W_b \times C]\} + [P_{1c_j} \times Q_j \times W_{ins} \times K_1] + [P_{1c_j} \times Q_j \times W_{ins} \times C] \quad (10)$$

Pada hasil pemeriksaan akan menghasilkan 2 kejadian, yaitu produk yang dihasilkan baik atau cacat, dimana setiap kejadian tersebut akan menghasilkan kemungkinan, antara lain produk baik yang dinyatakan baik (α₁), produk cacat yang dinyatakan baik (α₂), produk baik yang dinyatakan cacat (α₃), dan produk cacat yang dinyatakan cacat (α₄).

Dalam penelitian ini probabilitas yang digunakan adalah α_1 , α_2 , α_3 , dan α_4 . Berikut ini merupakan penjelasan dari empat probabilitas tersebut:

1. α_1 , yaitu probabilitas produk baik yang dinyatakan baik. Jika pada level ke- j menunjukkan ini, maka status untuk S_{j+1} ialah $D-Q$ dan probabilitas yang terjadi adalah:

$$Pa_1 = (\alpha_1) [(1-PC_{j0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + PC_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] \quad (11)$$

2. α_2 , yaitu probabilitas produk cacat yang dinyatakan baik. Jika pada level ke- j menunjukkan ini, maka status untuk S_{j+1} ialah $(D-Q)^*$ dan probabilitas yang terjadi adalah:

$$Pa_2 = (\alpha_2) [(1-PC_{j0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + PC_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] \quad (12)$$

3. α_3 , yaitu probabilitas produk baik yang dinyatakan cacat. Jika pada level ke- j menunjukkan ini maka status untuk S_{j+1} ialah $D-Q$ dan probabilitas yang terjadi adalah:

$$Pa_3 = (\alpha_3) [PC_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + PC_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] \quad (13)$$

4. α_4 , yaitu probabilitas produk cacat yang dinyatakan cacat. Jika pada level ke- j menunjukkan ini maka status untuk S_{j+1} ialah $(D-Q)^*$ dan probabilitas yang terjadi adalah:

$$Pa_4 = (\alpha_4) [PC_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + PC_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] \quad (14)$$

4.4. Formulasi Pemrograman Dinamis Probabilistik

Penelitian ini memerlukan suatu model optimasi dalam penentuan ukuran *lot* produksi yang dapat memberikan solusi optimal terhadap pengaruh adanya sistem yang tidak sempurna akibat kesalahan operator pada saat pemeriksaan dan deteriorasi fasilitas/mesin. Kebutuhan untuk mendapatkan solusi optimal dapat dipenuhi melalui model pemrograman dinamis dengan parameter sebagai berikut.

Variabel keputusan :

Variabel keputusan dari penelitian ini adalah ukuran *lot* pada setiap *run* produksi Q_j pada sistem produksi yang tidak sempurna dengan kriteria minimasi total ongkos.

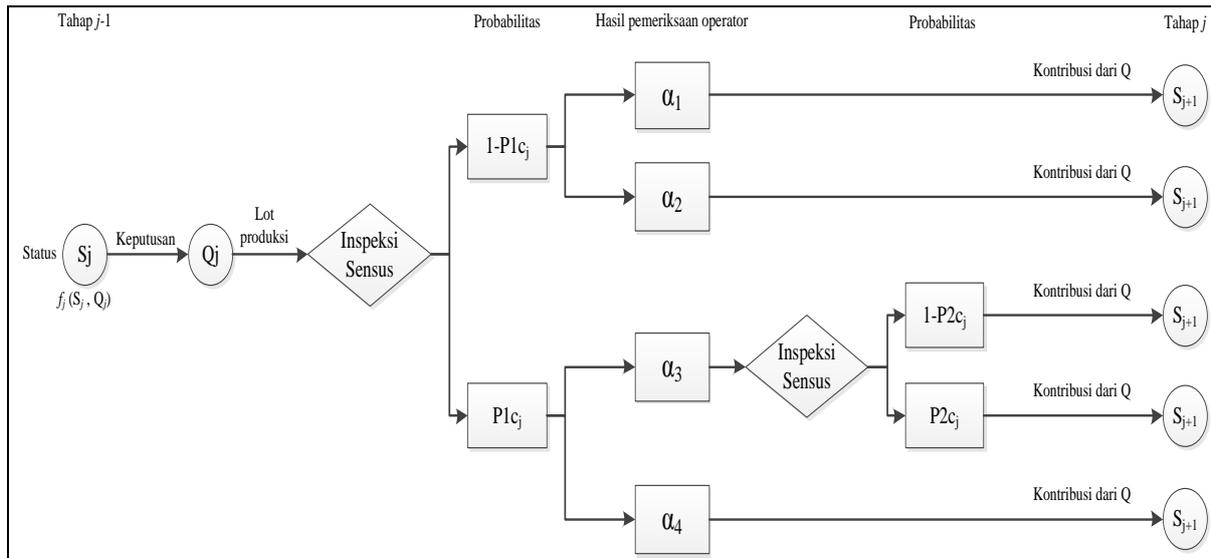
Tahap :

Keputusan ukuran *run* produksi dilakukan di setiap *run* produksi ke- j , $j = 1, 2, 3, \dots, j$. Maka pengambil keputusan di *run* produksi ke- j dinyatakan sebagai tahap pengambilan keputusan.

Status :

Pada penelitian ini, status S_j yang terjadi adalah jumlah permintaan yang harus selalu dipenuhi. Pemilihan keputusan di tahap ke- j didasarkan dari kondisi produk yang dihasilkan, yaitu menghasilkan produk baik atau produk cacat selama dilakukan proses inspeksi secara sensus dan terjadi kesalahan operator pada saat pemeriksaan di *run* ke- j . Produk baik akan langsung dikirim ke konsumen, sedangkan produk cacat akan melalui proses *rework* terlebih dahulu. Dari proses *rework* tersebut akan menghasilkan dua kemungkinan, yakni produk akan menjadi baik atau produk akan menjadi cacat (diasumsikan produk *reject*). Produk baik tersebut akan langsung dikirim untuk memenuhi permintaan pada *run* produksi yang sama dengan pengiriman produk baik setelah proses pemeriksaan yang pertama. Struktur yang menunjukkan hubungan antara status di tahap j , keputusan Q_j , dan status di tahap $j-1$ dengan menggunakan pemrograman dinamis probabilistik dapat dilihat pada Gambar 3.

Model Optimasi Ukuran Lot Produksi Pada Sistem Produksi Yang Tidak Sempurna Pada Inspeksi Sensus Dengan Kriteria Minimasi Total Ongkos



Gambar 3. Struktur Probabilitas dan Status

Persamaan rekursif diperhitungkan karena merupakan ongkos di masa yang akan datang, $\{f_{j+1} * (S_{j+1})\}$ adalah sebagai berikut :

$$\{(a_1) [(1-Pc_{j0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (a_2) [(1-Pc_{j0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (a_3) [Pc_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (a_4) [Pc_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})]\} \quad (15)$$

Formulasi rekursif dari beberapa peluang dengan minimisasi $f_j(S_j, Q_j)$ berdasarkan status (S_j) untuk memperoleh total biaya terkecil dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$Total Cost = [U] + [Q_j \times O_i] + [Q_j \times W_{ins} \times K_1] + [Q_j \times W_{ins} \times C] + \{[P1c_j \times Prw \times Q_j \times W_{rw} \times K_2] + [P1c_j \times Prj \times Q_j \times W_{rj} \times K_2] + [P1c_j \times Pb \times Q_j \times W_b \times K_2]\} + \{[P1c_j \times Prw \times Q_j \times W_{rw} \times C] + [P1c_j \times Prj \times Q_j \times W_{rj} \times C] + [P1c_j \times Pb \times Q_j \times W_b \times C]\} + [P1c_j \times Q_j \times W_{ins} \times K_1] + [P1c_j \times Q_j \times W_{ins} \times C] + \{(a_1) [(1-Pc_{j0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (a_2) [(1-Pc_{j0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (a_3) [Pc_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (a_4) [Pc_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jk} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})]\} \quad (16)$$

5. PENGUJIAN MODEL DAN ANALISIS

5.1. Pengujian Model

Pengujian model untuk set data 1 dilakukan dengan jumlah *demand* lebih besar dari kapasitas produksi dengan nilai parameter yang dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Parameter yang Digunakan

Notasi	Nilai	Notasi	Nilai
D	5	i	20%
U	10	α_1	0.6
O_i	5	α_2	0.4
K_1	1	α_3	0.7
W_{ins}	1	α_4	0.3
C	0.5	W_{rw}	2
K_2	3	W_{rj}	1
P_{nc}	15%	W_b	1
P_{g1}	0.18	Prw	0.5
P_{g2}	0.216	Prj	0.3
P_{g3}	0.259	Pb	0.2

Tahap 1

Tahap ini merupakan tahap pengujian model untuk mendapatkan ukuran *lot* produksi yang harus dipenuhi untuk memenuhi jumlah permintaan tertentu pada setiap run produksi ke-*j* dengan mempertimbangkan probabilitas terjadinya produk cacat. Jumlah permintaan dan produksi untuk set data 1 dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Jumlah Demand dan Kapasitas Produksi Set Data 1

j	Sj	Qj	Sensus I		Jumlah Rework	Sensus II		Sn+1
			Sn+1 (non komplain)	Sn+1 (komplain)		Sn+1 (non komplain)	Sn+1 (komplain)	
1	5	0	5	5	0	5	5	5
		1	4	5	1	4	5	4,5
		2	3,4	4,5	1,2	3,4	4,5	3,4,5
2	3	0	3	3	0	3	3	3
		1	2	3	1	2	3	2,3
		2	1,2	2,3	1,2	1,2	2,3	1,2,3
	4	0	4	4	0	4	4	4
		1	3	4	1	3	4	3,4
		2	2,3	3,4	1,2	2,3	3,4	2,3,4
	5	0	5	5	0	5	5	5
		1	4	5	1	4	5	4,5
		2	3,4	4,5	1,2	3,4	4,5	3,4,5
3	1	0	1	1	0	1	1	1
		1	0	1	1	0	1	0,1
		2	0	0,1	1,2	0	0,1	0,1
	2	0	2	2	0	2	2	2
		1	1	2	1	1	2	1,2
		2	0,1	1,2	1,2	0,1	1,2	0,1,2
	3	0	3	3	0	3	3	3
		1	2	3	1	2	3	2,3
		2	1,2	2,3	1,2	1,2	2,3	1,2,3
	4	0	4	4	0	4	4	4
		1	3	4	1	3	4	3,4
		2	2,3	3,4	1,2	2,3	3,4	2,3,4
	5	0	5	5	0	5	5	5
		1	4	5	1	4	5	4,5
		2	3,4	4,5	1,2	3,4	4,5	3,4,5

Tahap 2

Tahap ini merupakan nilai probabilitas ditemukannya produk cacat di setiap run produksi. Probabilitas tersebut akan membesar di setiap run produksi berikutnya. Probabilitas ditemukannya produk cacat ini dipengaruhi oleh laju kenaikan produk gagal (*I*) dan probabilitas produk gagal pada run produksi ke-*j* = 0 (*Pnc*) seperti pada Tabel 4.

Tabel 4. Probabilitas Ditemukannya Produk Cacat Set Data 1

j	Produksi (Qj)	Jumlah Produk Cacat	Probabilitas Ditemukannya Produk Baik (1-Pcj)	Probabilitas Ditemukannya Produk Cacat (Pcj)
1	1	0	0.180	0.820
		1	0.820	0.180
	2	0	0.328	0.672
		1	0.705	0.295
		2	0.968	0.032
2	1	0	0.216	0.784
		1	0.784	0.216
	2	0	0.385	0.615
		1	0.661	0.339
		2	0.953	0.047
3	1	0	0.259	0.741
		1	0.741	0.259
	2	0	0.451	0.549
		1	0.616	0.384
		2	0.933	0.067

Tahap 3

Berdasarkan hasil dari tahap 1 dan 2, maka dilakukan perhitungan dengan menggunakan model optimasi *lot* produksi. Berikut contoh perhitungan model optimisasi ukuran *lot* produksi dengan pemrograman dinamis probabilistik berdasarkan *backward procedure*. Pada tahap ini, penentuan variabel keputusan berdasarkan model optimisasi terdiri dari beberapa keputusan, yaitu:

1. Apabila permintaan pada *run* produksi ke-4 ialah $S_4 > 0$, artinya permintaan tidak dapat terpenuhi. Keputusan yang diperoleh dengan $S_4 > 0$ adalah terjadi penalti dan dikenakan denda sebanyak 100 juta per unit.
 2. Pada langkah ini hasil perhitungan untuk masing-masing permintaan dan jumlah produksi akan digunakan sebagai dasar penentu (f_3^*) dengan kriteria minimasi total ongkos, sehingga diperoleh ukuran lot produksi yang optimal (Q_3^*).
- Hasil perhitungan set data 1 untuk setiap run produksi dapat dilihat pada Tabel 5 sampai 8.

Tabel 5. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada Run Produksi Ke-4

S4	f4*
0	0
1	100
2	200
3	300
4	400
5	500

Tabel 6. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada Run Produksi Ke-3

S3 \ Q3	0	1	2	f3*	Q3*
1	100.00	69.44	200.64	69.44	1
2	200.00	154.99	280.72	154.99	1
3	300.00	240.54	527.87	240.54	1
4	400.00	326.09	775.02	326.09	1
5	500.00	411.64	1022.17	411.64	1

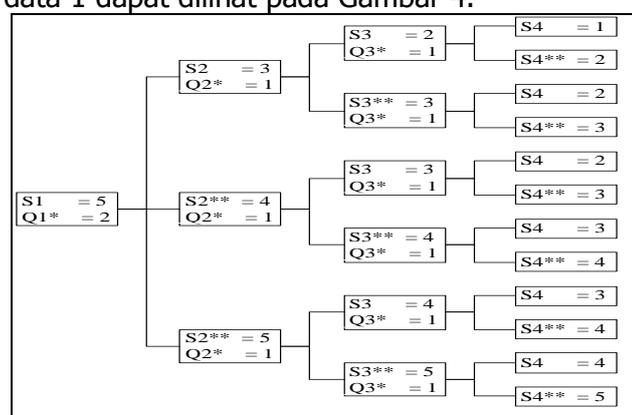
Tabel 7. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada Run Produksi Ke-2

S2 \ Q2	0	1	2	f2*	Q2*
3	240.54	193.32	427.92	193.32	1
4	326.09	264.30	641.02	264.30	1
5	411.64	335.27	854.13	335.27	1

Tabel 8. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada Run Produksi Ke-1

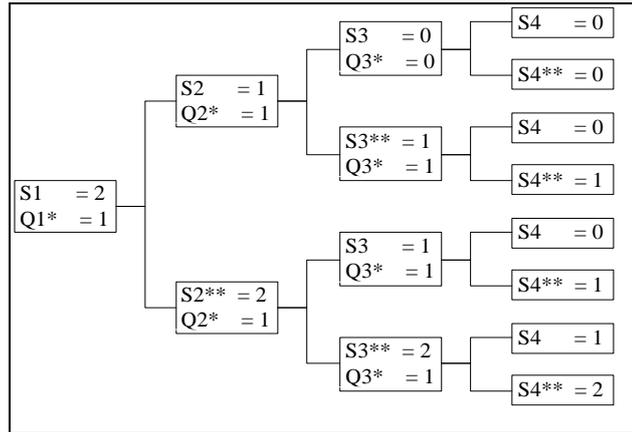
S1 \ Q1	0	1	2	f1*	Q1*
5	335.27	170.29	141.68	141.68	2

Solusi optimal untuk set data 1 dapat dilihat pada Gambar 4.



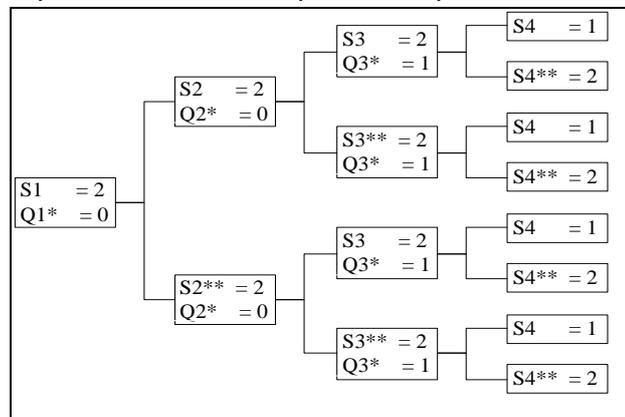
Gambar 4. Solusi Optimal Set Data 1

Set data 2 digunakan untuk menguji model, dengan jumlah permintaan sama dengan kapasitas produksi. Solusi optimal set data 2 dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Solusi Optimal Set Data 2

Set data 3 digunakan untuk menguji model, dengan jumlah permintaan lebih kecil dari kapasitas produksi. Solusi optimal set data 3 dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Solusi Optimal Set Data 3

Set data 4 memiliki perubahan parameter pada ongkos *setup*, produksi, penalti dan *rework* yang dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9. Total Ongkos Set Data 4

	D > K	Keterangan
Set Data 4.1	Ongkos <i>Setup</i> = 13	Parameter berubah dari 10 menjadi 13
	Ongkos Produksi = 5	
	Ongkos Penalti = 100	
	Ongkos <i>Rework</i> = 3	
Set Data 4.2	Ongkos <i>Setup</i> = 10	Parameter berubah dari 5 menjadi 6,5
	Ongkos Produksi = 6,5	
	Ongkos Penalti = 100	
	Ongkos <i>Rework</i> = 3	
Set Data 4.3	Ongkos <i>Setup</i> = 10	Parameter berubah dari 100 menjadi 130
	Ongkos Produksi = 5	
	Ongkos Penalti = 130	
	Ongkos <i>Rework</i> = 3	
Set Data 4.4	Ongkos <i>Setup</i> = 10	Parameter berubah dari 3 menjadi 3,9
	Ongkos Produksi = 5	
	Ongkos Penalti = 100	
	Ongkos <i>Rework</i> = 3,9	
Set Data 4.5	Ongkos <i>Setup</i> = 13	Keempat parameter berubah dan mengalami kenaikan masing-masing sebesar 30%
	Ongkos Produksi = 6,5	
	Ongkos Penalti = 130	
	Ongkos <i>Rework</i> = 3,9	

5.2. Analisis

Untuk set data 2 ($D = Q$), dapat memberikan pengaruh terhadap solusi optimal yang dihasilkan terhadap total ongkos. Kondisi ($D = Q$) tersebut juga memiliki total ongkos yang paling kecil dibandingkan total ongkos pada set data 1 ($D > Q$) ataupun set data 3 ($D < Q$), dan dapat dikatakan bahwa perubahan tersebut sensitif terhadap solusi optimal.

6. KESIMPULAN

Kesimpulan yang didapat dari penelitian ini, antara lain:

1. Berdasarkan set data 1, 2, dan 3, perubahan jumlah *demand* dan kapasitas produksi sensitif terhadap solusi optimal yang dihasilkan, sedangkan berdasarkan set data 4.1-4.5, perubahan parameter ongkos tidak sensitif terhadap solusi optimal yang dihasilkan.
2. Ketika jumlah *demand* lebih besar dari kapasitas, sangat memungkinkan terjadinya penalti karena permintaan yang tidak terpenuhi pada 3 run produksi, sedangkan untuk jumlah *demand* sama atau lebih kecil daripada kapasitas produksi, permintaan dapat terpenuhi, bergantung pada adanya komplain dari konsumen atau tidak.

REFERENSI

- Ben-Daya, M. & Rahim. (2003). Optimal Lot-sizing, Quality Improvement and Inspection Errors for Multistage Production System. *International Journal of Production Research*, vol. 41. p. 65-79.
- Hillier, Frederick S. and Liberman, Gerald J. (1990). *Pengantar Riset Operasi*, Edisi ke-5, hal 395-426. Erlangga. Jakarta.
- Indrapriyatna et. al. (2008). *Model Penjadwalan Batch Pada Satu Mesin Yang Mengalami Deteriorasi Untuk Minimasi Total Ongkos Biaya Simpan Dan Biaya Kualitas*. Jurnal Online, Jurusan Teknik Industri. Universitas Kristen Petra.
- Kadarisman, Astri Martiarini. (2007). *Model Optimisasi Untuk Lot Produksi Pada Sistem Produksi Yang Tidak Sempurna Dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*. Tugas Akhir. Jurusan Teknik Industri, ITENAS. Bandung.
- Irawan, Dicky. (2013). *Model Optimisasi Lot Produksi pada Sistem Produksi yang Mengalami Deteriorasi dengan Kriteria Minimasi Total Ongkos*. Tugas Akhir. Jurusan Teknik Industri, ITENAS. Bandung.
- Renggayanti, Anisa. (2014). *Model Optimisasi Lot Produksi pada Sistem Produksi yang Mengalami Deteriorasi pada Pemeriksaan Sensus dengan Kriteria Minimasi Total Ongkos*. Tugas Akhir. Jurusan Teknik Industri, ITENAS. Bandung.
- Tersine, R. J. (1994). *Principles of Inventory and Materials Management*, 4th Edition, p. 3-15 and 90-136. Prentice Hall International Inc. New Jersey.
- Walpole, Ronald E and Myers, Raymond H. (1995). *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, 4th Edition. hal 130-149. ITB. Bandung.