

Model Optimisasi *Lot* Produksi pada Sistem Produksi yang Tidak Sempurna dengan Mempertimbangkan Komponen Biaya Kualitas Untuk Meminimumkan Total Biaya *

ARI WIBOWO, HENDRO PRASSETIYO, ARIE DESRIANTY

Jurusan Teknik Industri
Institut Teknologi Nasional (Itenas) Bandung

Email: ariwibowo.wibi@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini membahas mengenai pengembangan model dari metode Economic Production Quantity (EPQ) yang memiliki kekurangan, karena mengasumsikan sistem produksi berjalan dengan sempurna dan produk yang dikirim pasti diterima. Berdasarkan kekurangan metode EPQ, penelitian ini melakukan pengembangan model yang membahas sistem produksi tidak sempurna akibat masalah deteriorasi dan kesalahan inspeksi sampling. Pada perhitungan dipertimbangkan biaya kegagalan internal dan biaya kegagalan eksternal yang merupakan bagian dari komponen biaya kualitas, dengan kriteria meminimisasi total biaya.

Kata kunci: *deteriorasi, kesalahan inspeksi sampling, komponen biaya kualitas*

ABSTRACT

This research discuss about developing of a model from Economic Production Quantity (EPQ) method which has the shortage, because of assume the production system is running perfectly and products delivered definitely accepted. Based on the shortage of EPQ method, this research develops a model which discusses the imperfect production system due to the deterioration problems and the errors of sampling inspection. On the calculation consider the internal failure costs and external failure costs which are part of the quality component costs, with criteria minimizing total cost.

Keywords: *deterioration, errors of sampling inspection, component of quality costs*

**Makalah ini merupakan ringkasan dari Tugas Akhir yang disusun oleh penulis pertama dengan pembimbingan penulis kedua dan ketiga. Makalah ini merupakan draft awal dan akan disempurnakan oleh para penulis untuk disajikan pada seminar nasional dan/atau jurnal nasional*

1. PENDAHULUAN

1.1 Pengantar

Metode *Economic Production Quantity* (EPQ) merupakan metode yang dalam perhitungannya memperhitungkan penentuan ukuran *lot* produksi. Metode EPQ memiliki asumsi sistem produksi berjalan dengan sempurna tanpa menghasilkan produk cacat, sehingga bahan baku yang dimiliki digunakan secara optimal. Tetapi kenyataannya yang terjadi sistem produksi tidak selalu berjalan dengan sempurna, sehingga produk cacat masih memungkinkan ada.

Berdasarkan kekurangan metode EPQ, Ben-Daya & Rahim (2003) melakukan penelitian untuk membuat model optimisasi *lot* produksi pada persoalan *multistage* dengan proses produksi yang tidak sempurna. Pada penelitian Ben-Daya & Rahim (2003) pemeriksaan dilakukan secara sampling dan tidak ada tindakan yang dilakukan jika *lot* produksi ditolak. Pada penelitian ini belum dipertimbangkan komponen biaya kualitas bila produk yang dikirimkan kepada konsumen berupa produk cacat akibat kesalahan pemeriksaan. Tidak dipertimbangkannya komponen biaya kualitas khususnya biaya kegagalan eksternal bagi konsumen mengakibatkan konsumen merasa dirugikan, karena ia tidak bisa *complain* atas produk cacat yang ia dapat.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Kadarisman (2007) yang mengembangkan model optimisasi ukuran *lot* produksi untuk kasus *single item* dan *single stage* pada sistem produksi yang tidak sempurna. Sistem produksi tidak sempurna dalam penelitian ini disebabkan kegagalan produksi dan kesalahan pemeriksaan sampling. Pada penelitian ini memiliki kekurangan yang sama seperti Ben-Daya & Rahim (2003), karena tidak ada proses selanjutnya saat *lot* produksi ditolak dan tidak dipertimbangkannya komponen biaya kualitas.

Perdana (2008) melakukan penelitian untuk mengembangkan model optimisasi untuk menentukan ukuran *lot* produksi pada sistem produksi yang tidak sempurna. Sistem produksi tidak sempurna dalam penelitian ini disebabkan kegagalan produksi dan kesalahan inspeksi sampling. Pada penelitiannya memiliki satu Kekurangan yang sama seperti Ben-Daya & Rahim (2003), yaitu belum dipertimbangkannya komponen biaya kualitas.

Penelitian Irawan (2013) mengembangkan model optimisasi untuk menentukan ukuran *lot* produksi pada sistem produksi yang tidak sempurna. Sistem produksi tidak sempurna dalam penelitiannya disebabkan masalah deteriorasi dan kesalahan inspeksi sensus. Pada penelitiannya dipertimbangkan biaya kegagalan internal yang merupakan bagian dari komponen biaya kualitas, namun tidak dipertimbangkan biaya kegagalan eksternal. Tidak dipertimbangkan biaya kegagalan eksternal masih membuat penelitiannya memiliki kekurangan yang sama seperti penelitian Ben-Daya & Rahim (2003).

1.2 Identifikasi Masalah

Sistem produksi tidak sempurna dalam penelitian ini disebabkan masalah deteriorasi dan kesalahan inspeksi *sampling*. Pada penelitian ini mengenai masalah deteriorasi menggunakan pendekatan model Irawan (2013), sedangkan kesalahan inspeksi *sampling* menggunakan pendekatan model Kadarisman (2007). Penelitian ini akan mempertimbangkan inspeksi *sampling*, inspeksi sensus, dan komponen biaya kualitas. Komponen biaya kualitas yang digunakan, antara lain biaya kegagalan internal dan biaya kegagalan eksternal.

2. STUDI LITERATUR

2.1 Metode *Economic Production Quantity* (EPQ)

Metode EPQ dalam Tersine (1994) mengasumsikan bahwa setiap sistem produksi selalu berjalan sempurna, sehingga tidak menghasilkan produk cacat. Model *Economic Production Quantity* (EPQ), memiliki persamaan sebagai berikut:

Total Biaya:

$$TC = R \cdot P + \frac{R \cdot C}{Q} + \frac{Q(p-r)H}{2p} \quad (1)$$

Total Biaya = Biaya Produksi + Biaya *Set-up* + Biaya Simpan

2.2 Pengertian Persediaan

Menurut Tersine (1994) dalam Irawan (2013), persediaan adalah material yang disediakan pada saat *idle* atau keadaan menunggu penjualan dimasa yang akan datang, penggunaan atau transformasi.

2.3 Model Ben-Daya & Rahim (2003)

Tujuan penelitian Ben-Daya & Rahim (2003) adalah membuat model optimisasi untuk menentukan ukuran *lot* produksi pada persoalan *multistage* dengan proses produksi yang tidak sempurna. Didalam model yang dibuatnya, mempertimbangkan terdapatnya kesalahan pemeriksaan *nonconforming item* di beberapa *stages*.

2.4 Model Kadarisman (2007)

Tujuan penelitian Kadarisman (2007) adalah mengembangkan suatu model optimisasi ukuran *lot* produksi untuk kasus *single item* dan *single stage* pada sistem produksi yang tidak sempurna dengan kriteria minimisasi total ongkos. Penelitian Kadarisman (2007) membahas mengenai masalah kegagalan dalam proses produksi dan sistem produksi yang tidak sempurna akibat kesalahan dalam inspeksi/ pemeriksaan. Formulasi rekursif yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$U + CP + \{f_{j+1}^*(S_{j+1})\} \quad (2)$$

Dengan $\{f_{j+1}^*(S_{j+1})\}$ sebagai berikut

$$\{a.[PC_{j0}.f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + PC_{jk}.f_{j+1}^*(S_{j+1})] + \beta.[PC_{j0}.f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + PC_{jk}.f_{j+1}^*(S_{j+1})] + (1-a).[PC_{j0}.f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + PC_{jk}.f_{j+1}^*(S_{j+1})] + (1-\beta).[PC_{j0}.f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + PC_{jk}.f_{j+1}^*(S_{j+1})]\} \quad (3)$$

2.5 Model Perdana (2008)

Tujuan penelitian Perdana (2008) adalah menghasilkan suatu model optimisasi untuk menentukan ukuran *lot* produksi yang mempertimbangkan inspeksi *sampling* dengan kriteria minimisasi total ongkos. Penelitian Perdana (2008) membahas mengenai masalah kesalahan inspeksi *sampling* yang dapat menyebabkan konsumen mendapatkan produk gagal. Formulasi rekursif yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$f(S_i, Q_i) = \min_{\sum_{i=1}^i} \{ [c_1 + c_2 \cdot Q_i + c_3 \cdot n + [Pa \cdot (Q_i - n) \cdot \beta \cdot c_4] + [(1 - Pa) \cdot (Q_i - n) \cdot c_3]] + [f_{i+1}^*(S_{i+1})] \} \quad (4)$$

Dengan $\{f_{i+1}^*(S_{i+1})\}$ sebagai berikut:

$$[Pa \cdot f_{i+1}^*(S_i - (Q_i - n); Q_{i+1}) + (1 - Pa) \cdot f_{i+1}^*(S_i - 0; Q_{i+1})] \quad (5)$$

2.6 Model Indrapriyatna *et al* (2008)

Tujuan penelitian Indrapriyatna *et al* (2008) adalah melakukan pengembangan model penjadwalan *batch* untuk kondisi terdeteriorasi, yang dapat menyebabkan produk menjadi *nonconforming*. Sistem produksi yang mengalami deteriorasi akan bergeser dari status *in-control* menjadi status *out-of-control*. Menurut Tseng (1996) dalam Indrapriyatna *et al*

(2008), sistem yang bergeser dari status *in-control* menjadi status *out-of-control* dapat dikembalikan menjadi *in-control* lagi dengan aktivitas restorasi.

2.7 Model Irawan (2013)

Tujuan penelitian Irawan (2013) adalah menghasilkan model optimisasi *lot* produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimasi total ongkos. Penelitian Irawan (2013) membahas mengenai masalah deteriorasi yang dapat dialami fasilitas produksi. Deteriorasi disebabkan karena terjadinya penurunan kinerja yang dapat menghasilkan produk tidak baik, hal itu disebabkan karena pemakaian mesin/peralatan yang terus menerus dilakukan atau umur pakai mesin/peralatan tersebut sudah habis masa pemakaiannya. Persamaan rekursifnya yang digunakan, adalah berikut:

$$f_j(S_j, X_j) = \text{Min} \sum_{i=1}^j [U] + [Q \cdot O_i] + [Q \times W_1 \times (K_1 + C)] + \left[[(1 - P_{C_j})\theta_2 + (P_{C_j})\theta_4] \times Q \times W_1 \times (K_1 + C) \right] + \left\{ [(1 - P_{C_j})\theta_2 \times Q \times W_2 \times (K_2 + C)] + [P_{C_j} \times \theta_4 \times W_3 \times (K_3 + C)] \right\} + f_{j+1} * (S_{j+1}) \quad (6)$$

Dengan $\{f_{j+1} * (S_{j+1})\}$ adalah sebagai berikut :

$$\left\{ (\theta_2) [(1 - P_{C_{j0}}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (\theta_4) [P_{C_{j0}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (\theta_1) [(1 - P_{C_{j0}}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (\theta_3) [P_{C_{j0}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] \right\} \quad (7)$$

2.7 Distribusi Binomial

Distribusi binomial dalam Walpole (1995), merupakan distribusi diskret dan usaha Bernoulli yang dapat menghasilkan sukses dengan peluang p dan gagal dengan peluang $q = 1 - p$. Hal ini terjadi, misalnya pada pengujian barang hasil produksi, dengan tiap pengujian atau usaha dapat menunjukkan apakah suatu barang cacat atau tidak cacat. Didalam distribusi binomial proses Bernoulli memiliki sifat, antara lain bebas melakukan percobaan asalkan dilakukan pengembalian dan peluang sukses tidak berubah.

2.8 Pemrograman Dinamis

Pemrograman dinamis dalam Hillier (1990) adalah suatu teknik matematis untuk pembuatan serangkaian keputusan yang saling berhubungan. Teknik ini menyediakan prosedur sistematis untuk menentukan kombinasi keputusan optimal. Terdapat dua jenis pemrograman dinamis:

1. Pemrograman dinamis deterministik

Pemrograman dinamis deterministik memiliki kondisi, dimana keadaan pada tahap berikutnya ditentukan sepenuhnya oleh keadaan dan keputusan kebijakan pada tahap sekarang.

2. Pemrograman Dinamis Probabilistik

Pemrograman dinamis probabilistik berbeda dengan pemrograman dinamis deterministik dalam hal keadaan pada tahap berikutnya tidak seluruhnya ditentukan oleh keadaan dan keputusan kebijakan pada tahap sekarang. Sebaliknya, ada suatu sebaran probabilitas tentang keadaan mendatang. Akan tetapi, sebaran peluang ini tetap ditentukan sepenuhnya oleh keadaan dan keputusan kebijakan pada keadaan sekarang.

3. METODOLOGI PENELITIAN

Metodologi penelitian berisi mengenai tahapan-tahapan sistematis beserta penjelasan. Tahapan-tahapan sistematis yang dimaksud, antara lain studi literatur, identifikasi masalah,

pengembangan model, pengujian model dan analisis, dan kesimpulan dan saran sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Studi literatur dalam penelitian ini digunakan sebagai bahan pengetahuan untuk mempermudah melakukan penelitian. Dimulai dari mempelajari konsep *Economic Order Quantity* (EOQ) dan konsep *Economic Production Quantity* (EPQ), mempelajari konsep distribusi binomial, mempelajari pemrograman dinamis probabilistik, dan mempelajari beberapa penelitian mengenai model optimisasi *lot* produksi, antara lain Bend-*Daya & Rahim* (2003), *Kadarisman* (2007), *Perdana* (2008), *Indrapriyatna et al* (2008), dan *Irawan* (2013).

2. Identifikasi Masalah

Terdapat masalah saat fasilitas produksi digunakan secara terus-menerus yang membuat menurunnya kemampuan mesin atau bisa dikatakan terjadi deteriorasi, sehingga akan membuat jumlah produk *nonconforming* meningkat. Mengatasi deteriorasi perlu dilakukan restorasi disaat inspeksi produk, hal tersebut dilakukan untuk tetap menjaga kualitas produk. Inspeksi *sampling* pun memiliki peluang adanya kesalahan inspeksi. Kesalahan inspeksi *sampling* itu sebenarnya merupakan kekurangan dari inspeksi *sampling*, karena produk yang diperiksa hanyalah yang menjadi *sampel*.

3. Pengembangan Model

Berikut ini merupakan posisi model penelitian yang akan diteliti dengan model-model penelitian yang telah ada, yang dapat dilihat pada Tabel 1.

4. Pengujian Model dan Analisis

Pengujian model dan analisis dibutuhkan untuk mengetahui sesuai atau tidak, dengan keinginan peneliti dalam pengembangan model yang sesuai dengan tujuan penelitian. Pengujian model dilakukan menggunakan empat set data, untuk set data keempat dilakukan perubahan nilai parameter-parameter ongkos yang bertujuan untuk mengetahui nilai sensitivitas *variable* keputusan terhadap perubahan parameter-parameter tersebut. Pengujian model menggunakan data hipotetik yang disesuaikan terhadap situasi masalah dalam penelitian ini. Analisis dibuat berdasarkan proses pengujian model atas beberapa kondisi yang berbeda tersebut dan dilakukan analisa atas hasil dari perbedaan kondisi tersebut.

5. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan berisi ringkasan dari seluruh proses penelitian yang telah dilakukan dan saran berisi saran untuk suatu masalah yang sama dengan yang dibahas dalam penelitian dan saran untuk penelitian berikutnya.

Tabel 1. Posisi Model-Model Penelitian

		Model					
Keterangan		EPQ	Ben- <i>Daya & Rahim</i> (2003)	<i>Kadarisman</i> (2007)	<i>Perdana</i> (2008)	<i>Irawan</i> (2013)	Penelitian yang akan dilakukan
Pendekatan		Kontinu	Kontinu	Diskrit	Diskrit	Diskrit	Diskrit
Kriteria		Statis & Deterministik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik
		Kondisi	Proses selalu terkendali, dengan kondisi semua produk berkualitas baik dan fasilitas produksi dalam proses produksi tidak pernah mengalami kegagalan/ rusak.	Proses tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi tidak sempurna akibat kegagalan produksi dan kesalahan pemeriksaan diinspeksi <i>sampling</i> .	Proses tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi tidak sempurna akibat kegagalan produksi dan kesalahan pemeriksaan diinspeksi <i>sampling</i> . Kriteria Minimisasi total ongkos.	Proses tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi tidak sempurna akibat kegagalan produksi dan kesalahan inspeksi <i>sampling</i> . Kriteria minimisasi total ongkos.	Proses tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi tidak sempurna akibat mengalami deteriorasi dan kesalahan inspeksi produk. Kriteria minimisasi total ongkos.

Model Optimisasi Lot Produksi Pada Sistem Produksi yang Tidak Sempurna dengan Mempertimbangkan Komponen Biaya Kualitas untuk Meminimumkan Total Biaya

Tabel 1. Posisi Model-Model Penelitian (Lanjutan)

		Model					Penelitian yang akan dilakukan
Keterangan	EPQ	Ben-Daya & Rahim (2003)	Kadarisman (2007)	Perdana (2008)	Irawan (2013)		
Kriteria	Komponen Ongkos	Ongkos <i>set-up</i> , ongkos produksi, dan ongkos simpan.	Ongkos pengendalian kualitas, ongkos <i>set-up</i> , ongkos pengadaan persediaan, ongkos pemeriksaan, dan ongkos perbaikan.	Ongkos <i>set-up</i> , biaya penalti, dan ongkos produksi.	Ongkos <i>set-up</i> , ongkos produksi, biaya penalti, ongkos inspeksi, dan ongkos keputusan <i>lot</i> .	Ongkos <i>set-up</i> , biaya penalti, ongkos produksi, dan biaya kegagalan internal.	Biaya <i>set-up</i> , biaya produksi, biaya inspeksi, biaya simpan inspeksi, biaya <i>rework</i> , biaya simpan <i>rework</i> , biaya <i>complain</i> , komponen biaya kualitas (biaya kegagalan internal dan biaya kegagalan eksternal), dan biaya penalti
	Proses Inspeksi	<i>Sampling</i>	<i>Sampling</i>	<i>Sampling</i>	<i>Sampling</i> dan sensus	Sensus	<i>Sampling</i> dan sensus
	Fungsi Tujuan	Minimisasi total ongkos	Minimisasi <i>Expectation Total Cost</i> (ETC)	Minimisasi <i>Expectation Total Cost</i> (ETC)	Minimisasi <i>Expectation Total Cost</i> (ETC)	Minimisasi <i>Expectation Total Cost</i> (ETC)	Minimisasi <i>Expectation Total Cost</i> (ETC)
	Variabel Keputusan	Σ produksi, <i>reorder point</i>	Ukuran <i>lot</i> produksi	Q_j : Ukuran <i>lot</i> produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- j	Q_i : Ukuran <i>lot</i> produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- i	Q_j : Ukuran <i>lot</i> produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- j	Q_i : Ukuran <i>lot</i> produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- i
	Metode Solusi	Analitik	<i>Transition Probability</i>	Pemograman Dinamis Probabilistik	Pemograman Dinamis Probabilistik	Pemograman Dinamis Probabilistik	Pemograman Dinamis Probabilistik
	Status yang Terungkap	Tidak ditemukan di dalam literatur	Produk <i>nonconforming</i>	Jumlah <i>demand</i> belum terpenuhi	Jumlah <i>demand</i> belum terpenuhi	Jumlah <i>demand</i> belum terpenuhi	Jumlah <i>demand</i> belum terpenuhi

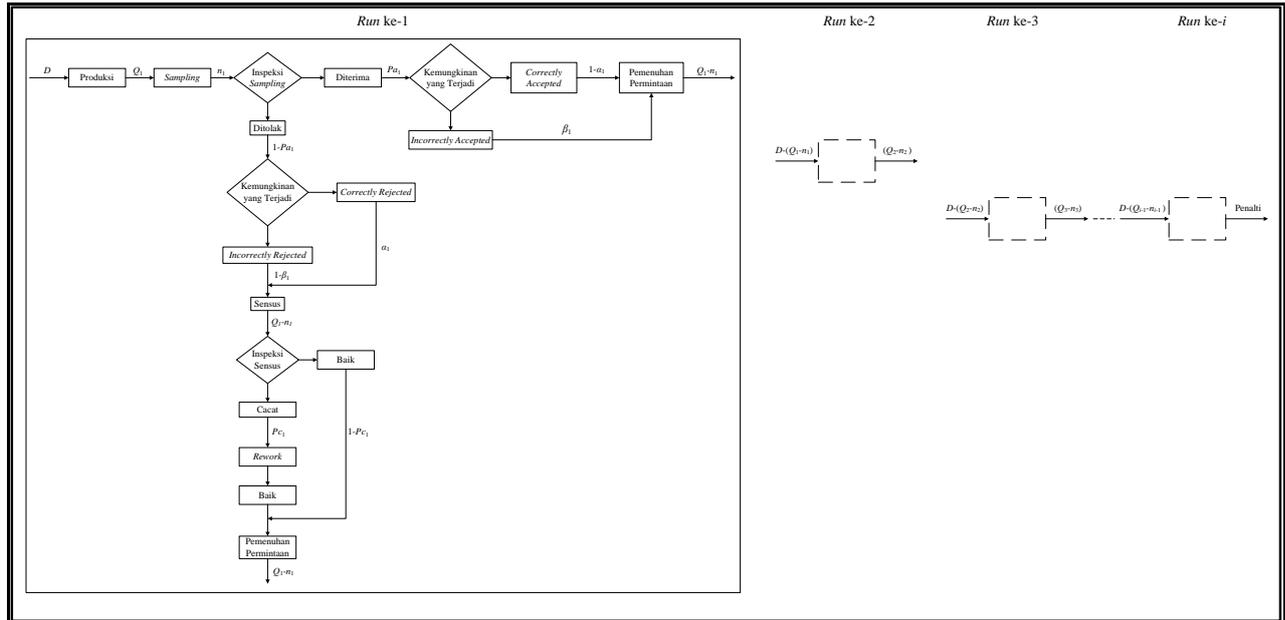
4. PENGEMBANGAN MODEL

4.1 Deskripsi Sistem

Akibat banyaknya permintaan konsumen dan menginginkan waktu penyelesaian yang cepat, membuat perusahaan mau tidak mau menggunakan ukuran kapasitas produksi maksimal sebagai ukuran *lot* produksi. Pada kondisi tersebut mesin bekerja terus menerus tanpa henti, sehingga berpeluang mengalami deteriorasi akibat adanya penurunan kemampuan mesin yang disebabkan umur fasilitas produksi. Masalah tidak berhenti disitu saja, karena selain deteriorasi masalah lain dapat berasal dari proses inspeksi. Pada penelitian ini untuk masalah yang berasal dari proses inspeksi hanya menggunakan kesalahan yang berasal dari kelemahan inspeksi *sampling*. Supaya saat pembuatan model optimisasi *lot* produksi sesuai dengan kondisi-kondisi yang terjadi didalam memenuhi permintaan konsumen yang telah dijelaskan sebelumnya, maka dibuatlah sistem penelitian yang dapat dilihat pada Gambar 1.

4.2 Notasi

Notasi-notasi dalam penelitian ini yang dapat dilihat pada Tabel 2, beberapa menggunakan notasi-notasi dari Astria (2006), Kadarisman (2007), dan Perdana (2008) yang telah disesuaikan untuk penelitian ini.



Gambar 1. Sistem Penelitian

Tabel 2. Notasi-Notasi

$i =$ run produksi, ($i = 1, 2, 3 \dots, j$)	$p =$ probabilitas produk gagal (%)
$D =$ demand (unit)	$q =$ probabilitas produk baik (%)
$S_i =$ permintaan konsumen yang masih harus dipenuhi di setiap run produksi ke- i (unit)	$x =$ jumlah produk cacat (unit)
$Q_i =$ ukuran lot produksi disetiap run produksi ke- i (unit)	$TC =$ total biaya (Rp)
$n =$ ukuran sampel (unit)	$W1 =$ waktu inspeksi sampling (satuan waktu/ unit)
$K =$ kapasitas produksi (unit)	$W2 =$ waktu inspeksi sensus (satuan waktu/ unit)
$P_{ai} =$ probabilitas diterimanya lot produksi disetiap run produksi ke- i (%)	$W3 =$ waktu rework (satuan waktu/ unit)
$1 - P_{ai} =$ probabilitas ditolaknya lot produksi disetiap run produksi ke- i (%)	$B1 =$ biaya set-up (Rp/ sekali set-up)
$P_{ci} =$ probabilitas produk cacat di setiap run produksi ke- i (%)	$B2 =$ biaya produksi (Rp)
$1 - P_{ci} =$ probabilitas produk baik di setiap run produksi ke- i (%)	$B3 =$ biaya inspeksi sampling (Rp/ unit)
$P_{ri} =$ probabilitas produk cacat berdasarkan jumlah produk cacat di setiap run produksi ke- i (%)	$B4 =$ biaya simpan inspeksi sampling (Rp/ unit)
$r_i =$ jumlah produk cacat di setiap run produksi ke- i (unit)	$B5 =$ biaya inspeksi sensus (Rp/ unit)
$\beta_i =$ probabilitas kesalahan menerima produk cacat di setiap run produksi ke- i (%)	$B6 =$ biaya simpan inspeksi sensus (Rp/ unit)
$\alpha_i =$ probabilitas kesalahan menolak produk baik di setiap run produksi ke- i (%)	$B7 =$ biaya rework (Rp/ unit)
$1 - \alpha_i =$ probabilitas kebenaran menerima produk baik di setiap run produksi ke- i (%)	$B8 =$ biaya simpan rework (Rp/ unit)
$1 - \beta_i =$ probabilitas kebenaran menolak produk cacat di setiap run produksi ke- i (%)	$B9 =$ biaya complain (Rp)
$P_{gi} =$ probabilitas kegagalan produksi di setiap run produksi ke- i (%)	$B10 =$ biaya penalti (Rp)
$P_{g0} =$ probabilitas kegagalan produksi di setiap run produksi ke-0 (%)	$C1 =$ ongkos produksi (Rp/ unit)
$j =$ probabilitas kenaikan jumlah produk gagal (%)	$C2 =$ ongkos inspeksi sampling (Rp/ unit/ satuan waktu)
	$C3 =$ ongkos simpan inspeksi sampling (Rp/ unit/ satuan waktu)
	$C4 =$ ongkos inspeksi sensus (Rp/ unit/ satuan waktu)
	$C5 =$ ongkos simpan inspeksi sensus (Rp/ unit/ satuan waktu)
	$C6 =$ ongkos rework (Rp/ unit/ satuan waktu)
	$C7 =$ ongkos simpan rework (Rp/ unit/ satuan waktu)
	$C8 =$ ongkos complain (Rp/ unit)
	$C9 =$ ongkos penalti (Rp/ unit)

4.3 Biaya Kegagalan Internal

Ekspektasi biaya total untuk kegagalan internal, adalah sebagai berikut:

$$[\text{biaya kegagalan internal}] = [\text{biaya inspeksi sensus}] + [\text{biaya simpan inspeksi sensus}] + [\text{biaya rework}] + [\text{biaya simpan rework}]$$

Keterangan:

$$[\text{biaya inspeksi sensus}] = [(1 - P_{ai}) \times (Q_i - n) \times W_2 \times C_4] \quad (8)$$

$$[\text{biaya simpan inspeksi sensus}] = [(1 - P_{ai}) \times Q_i \times W_2 \times C_5] \quad (9)$$

$$[\text{biaya rework}] = [(1 - P_{ai}) \times P_{ri} \times r_i \times W_3 \times C_6] \quad (10)$$

$$[\text{biaya simpan rework}] = [(1 - P_{ai}) \times Q_i \times W_3 \times C_7] \quad (11)$$

4.4 Biaya Kegagalan Eksternal

Pada penelitian ini diasumsikan apabila terdapat produk cacat yang diterima konsumen, maka produk tidak dikembalikan melainkan perusahaan membayar biaya *complain*. Didalam penelitian ini ekspektasi biaya total untuk kegagalan *eksternal*, adalah sebagai berikut:

$$[\text{biaya kegagalan } \textit{eksternal}] = [\text{biaya } \textit{complain}]$$

Keterangan:

$$[\text{biaya } \textit{complain}] = [Pa_i \times Pr_i \times r_i \times C_8] \tag{12}$$

4.5 Formulasi Pemograman Dinamis Probabilistik

Parameter yang digunakan didalam pemograman dinamis probabilistik, yaitu:

Tahap:

Pada penelitian ini keputusan ukuran *lot* produksi dilakukan disetiap *run* produksi ke-*i*, $i = 1, 2, \dots, i$. Maka pengambilan keputusan disetiap *run* produksi ke-*i* dinyatakan sebagai tahap pengambilan keputusan.

Variabel Keputusan:

Pada penelitian ini variabel keputusan yang digunakan adalah ukuran *lot* disetiap *run* produksi (Q_i) yang mempertimbangkan inspeksi *sampling* dan biaya kualitas.

Status:

Pada penelitian ini status (S_i) nya adalah jumlah permintaan konsumen yang masih harus dipenuhi.

Fungsi Tujuan:

Pada penelitian ini fungsi tujuannya adalah meminimisasi total biaya.

Persamaan rekrusif dari pemograman dinamis probabilistik, adalah sebagai berikut:

$$f_i(S_i, Q_i) = \min \sum_{i=1}^i [[B_1 + (Q_i \times C_1)] + [n \times W_1 \times C_2] + [Q_i \times W_1 \times C_3] + \{ [(1 - Pa_i) \times (Q_i - n) \times W_2 \times C_4] + [(1 - Pa_i) \times Q_i \times W_2 \times C_5] + [(1 - Pa_i) \times Pr_i \times r_i \times W_3 \times C_6] + [(1 - Pa_i) \times Q_i \times W_3 \times C_7] \} + [Pa_i \times Pr_i \times r_i \times C_8] + [f_{i+1}^* (S_{i+1})]] \tag{13}$$

5. PENGUJIAN MODEL DAN ANALISIS

Set data 1 memiliki kondisi jumlah *demand* lebih besar dari kapasitas produksi, dengan jumlah *demand* sebesar 7 *unit* dan kapasitas produksi sebesar 5 *unit*. Nilai parameter ada yang didapat dari Perdana (2008) dan Irawan (2013) yang dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai Parameter Set Data 1

Notasi	Nilai
W1	1
W2	1
W3	2
B1	10
C1	5
C2	2
C3	0.50
C4	2
C5	0.50
C6	3
C7	0.50
C8	20

Untuk pengujian set data 1 terdapat empat langkah pengerjaan, langkah tersebut sebagai berikut:

Langkah Pertama

Pada langkah pertama dilakukan pengujian menggunakan beberapa keputusan ukuran *lot* produksi. Hasil perhitungan langkah pertama dari set data 1 dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Jumlah Permintaan dan Produksi Set Data 1

i	S_i	Q_i	n	S_{n+1} (Tr)	S_{n+1} (TI)
1	7	3	2	6	6
		4		5	5
		5		4	4
2	4	3	2	3	3
		4		2	2
		5		1	1
	5	2	3	4	4
			4	3	3
			5	2	2
6	2	3	5	5	
		4	4	4	
		5	3	3	
3	1	3	2	0	0
		4		1	1
	2	3	2	0	0
		4		2	2
	3	2	3	1	1
			4	0	0
			5	3	3
	4	2	3	2	2
			4	1	1
			5	1	1
	5	2	3	4	4
			4	3	3
5			2	2	

Langkah Kedua

Langkah kedua menghitung probabilitas kegagalan produksi untuk inspeksi *sampling*. Hasil perhitungan probabilitas kegagalan produksi set data 1 untuk inspeksi *sampling* dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Probabilitas Kegagalan Produksi Set Data 1 untuk Inspeksi *Sampling*

i	Produksi (Q_i)	Sampel (n)	Probabilitas Penerimaan (Pa)	Probabilitas Penolakan ($1-Pa$)
1	3	2	0.67	0.33
	4			
	5			
2	3	2	0.61	0.39
	4			
	5			
3	3	2	0.55	0.45
	4			
	5			

Selain probabilitas kegagalan produksi untuk inspeksi *sampling*, dalam penelitian ini juga menggunakan probabilitas kegagalan produksi untuk inspeksi sensus. Hasil perhitungan probabilitas kegagalan produksi set data 1 untuk inspeksi sensus dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Probabilitas Kegagalan Produksi Set Data 1 untuk Inspeksi Sensus

i	Jumlah Produk ($Q_i \cdot n$)	Jumlah Produk Cacat (x)	Probabilitas Produk Cacat (Pc)	Probabilitas Produk Baik ($1-Pc$)
1	1	0	0.82	0.18
		1	0.18	0.82
	2	0	0.67	0.33
		1	0.30	0.70
		2	0.03	0.97
	3	0	0.55	0.45
		1	0.36	0.64
		2	0.08	0.92
		3	0.01	0.99
2	1	0	0.78	0.22
		1	0.22	0.78
	2	0	0.61	0.39
		1	0.34	0.66
		2	0.05	0.95
	3	0	0.48	0.52
		1	0.40	0.60
		2	0.11	0.89
		3	0.01	0.99

Tabel 6. Probabilitas Kegagalan Produksi Set Data 1 untuk Inspeksi Sensus (Lanjutan)

Model Optimisasi Lot Produksi Pada Sistem Produksi yang Tidak Sempurna dengan Mempertimbangkan Komponen Biaya Kualitas untuk Meminimumkan Total Biaya

i	Jumlah Produk (Qf_n)	Jumlah Produk Cacat (x)	Probabilitas Produk Cacat (Pc)	Probabilitas Produk Baik ($1-Pc$)
3	1	0	0.74	0.26
		1	0.26	0.74
	2	0	0.55	0.45
		1	0.38	0.62
		2	0.07	0.93
	3	0	0.41	0.59
1		0.43	0.57	
2		0.15	0.85	
3		0.02	0.98	

Langkah Ketiga

Langkah ketiga merupakan langkah pengujian model menggunakan proses kerja pemograman dinamis probabilistik yang pengerjaannya secara *backward procedure*. Proses pengerjaan untuk langkah ketiga adalah sebagai berikut:

Hasil perhitungan *run* produksi ke-4 untuk set data 1 dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 7. Hasil Perhitungan *Run* Produksi ke-4 untuk Set Data 1

S_4	f_4^*
0	0
1	100
2	200
3	300
4	400

Hasil perhitungan *run* produksi ke-3 untuk set data 1 dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 8. Hasil Perhitungan *Run* Produksi ke-3 untuk Set Data 1

$Q_3 \backslash S_3$	3	4	5	f_3^*	Q_3^*
1	36.98	-	-	36.98	3
2	136.98	47.61	-	47.61	4
3	236.98	147.61	58.23	58.23	5
4	336.98	247.61	158.23	158.23	5
5	436.98	347.61	258.23	258.23	5

Hasil perhitungan *run* produksi ke-2 untuk set data 1 dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9. Hasil Perhitungan *Run* Produksi ke-2 untuk Set Data 1

$Q_2 \backslash S_2$	3	4	5	f_2^*	Q_2^*
4	94.39	93.77	93.15	93.15	5
5	194.39	104.39	103.77	103.77	5
6	294.39	204.39	114.40	114.40	5

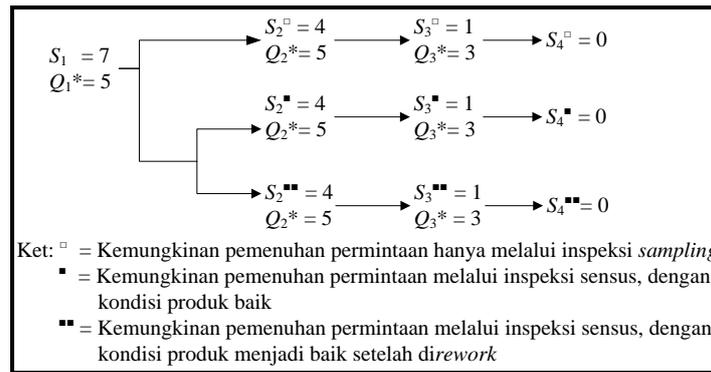
Hasil perhitungan *run* produksi ke-1 untuk set data 1 dapat dilihat pada Tabel 10.

Tabel 10. Hasil Perhitungan *Run* Produksi ke-1 untuk Set Data 1

$Q_1 \backslash S_1$	3	4	5	f_1^*	Q_1^*
7	149.80	148.60	144.62	144.62	5

Langkah keempat

Dilangkah keempat hasil yang sudah didapat dari langkah ketiga, dibuat kesimpulan solusi optimal untuk set data 1. Melihat hasil dari langkah ketiga dan hasil langkah pertama, maka didapatkan solusi optimal untuk set data 1 yang dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Solusi Optimal Untuk Set Data 1

Berikut ini merupakan rekapitulasi total biaya dari set data 1 hingga set data 4.6 yang dapat dilihat pada Tabel 11.

Tabel 11. Rekapitulasi Total Biaya

		Keterangan	Total Biaya (Rp juta)
Set Data 1		D (7) > K (5)	144.62
Set Data 2		D (5) = K (5)	100.41
Set Data 3		D (4) < K (5)	90.41
		D (7) > K (5)	Total Biaya (Rp juta)
Set Data 4.1	Biaya <i>Set-up</i> = 13	Nilai parameter biaya <i>set-up</i> yang awalnya 10 naik 30% menjadi 13	153.62
	Ongkos Produksi = 5		
	Ongkos <i>Complain</i> = 20		
	Ongkos <i>Rework</i> = 3		
	Ongkos Penalti = 100		
Set Data 4.2	Biaya <i>Set-up</i> = 10	Nilai parameter ongkos produksi yang awalnya 5 naik 30% menjadi 6.50	164.12
	Ongkos Produksi = 6.50		
	Ongkos <i>Complain</i> = 20		
	Ongkos <i>Rework</i> = 3		
	Ongkos Penalti = 100		
Set Data 4.3	Biaya <i>Set-up</i> = 10	Nilai parameter ongkos <i>complain</i> yang awalnya 20 naik 30% menjadi 26	149.31
	Ongkos Produksi = 5		
	Ongkos <i>Complain</i> = 26		
	Ongkos <i>Rework</i> = 3		
	Ongkos Penalti = 100		
Set Data 4.4	Biaya <i>Set-up</i> = 10	Nilai parameter ongkos <i>rework</i> yang awalnya 3 naik 30% menjadi 3.90	145.49
	Ongkos Produksi = 5		
	Ongkos <i>Complain</i> = 20		
	Ongkos <i>Rework</i> = 3.90		
	Ongkos Penalti = 100		
Set Data 4.5	Biaya <i>Set-up</i> = 10	Nilai parameter ongkos penalti yang awalnya 100 naik 30% menjadi 130	144.62
	Ongkos Produksi = 5		
	Ongkos <i>Complain</i> = 20		
	Ongkos <i>Rework</i> = 3		
	Ongkos Penalti = 130		
Set Data 4.6	Biaya <i>Set-up</i> = 13	Kombinasi kenaikan dari nilai parameter biaya <i>set-up</i> , ongkos produksi, ongkos <i>complain</i> , ongkos <i>rework</i> , dan ongkos penalti sebesar 30%	178.69
	Ongkos Produksi = 6.50		
	Ongkos <i>Complain</i> = 26		
	Ongkos <i>Rework</i> = 3.90		
	Ongkos Penalti = 130		

Analisis

Setelah melakukan pengujian mulai dari set data 1 hingga set data 4.6 selanjutnya dilakukan analisis mengenai hal-hal yang didapat selama pengujian, analisisnya sebagai berikut:

1. Untuk kondisi diset data 4.2 kenaikan nilai parameter yang terjadi diongkos produksi menghasilkan kenaikan total biaya yang lebih besar dari pada kenaikan nilai parameter yang terjadi diongkos *set-up* yang merupakan kondisi diset data 4.1. Kondisi tersebut disebabkan ongkos *set-up* hanya digunakan saat proses produksi akan dimulai dan tidak terpengaruh banyaknya produk yang akan diproduksi, sedangkan besarnya ongkos produksi dipengaruhi banyaknya produk yang diproduksi.
2. Untuk kondisi diset data 4.4 kenaikan nilai parameter yang terjadi diongkos *rework* menghasilkan kenaikan total biaya yang lebih besar dari pada kenaikan nilai parameter yang terjadi diongkos penalti yang merupakan kondisi diset data 4.5. Kondisi tersebut disebabkan ongkos *rework* dipengaruhi banyaknya produk cacat dari hasil keputusan inspeksi sensus, sedangkan ongkos penalti digunakan hanya jika permintaan konsumen tidak terpenuhi. Pada penelitian ini kondisi yang memungkinkan terjadinya penalti terdapat disaat proses *rework*, karena produk yang di *rework* memiliki waktu pengerjaan yang berbeda-beda tergantung kecacatannya.

3. Meskipun saat pengujian sensitivitas diset data 4 dilakukan perubahan nilai parameter biaya *set-up*, ongkos produksi, ongkos *complain*, ongkos *rework*, ongkos penalti, dan kombinasi dari semua parameter tersebut, namun memiliki solusi optimal sama seperti set data 1.

6. KESIMPULAN

Kesimpulan dari proses penelitian dan hasil pengembangan model yang dilakukan, adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini menggunakan dua inspeksi, yaitu inspeksi *sampling* dan inspeksi sensus. Inspeksi *sampling* dapat menghasilkan keputusan *lot* produksi diterima atau *lot* produksi ditolak. Inspeksi sensus dapat dilakukan hanya jika keputusan diinspeksi *sampling* menyatakan *lot* produksi ditolak. Inspeksi sensus dapat menghasilkan keputusan baik dan atau cacat. Produk yang dinyatakan cacat dari hasil inspeksi sensus, dilakukan proses *rework* untuk membuatnya menjadi produk baik.
2. Pengujian dilakukan sebanyak tiga set data, antara lain set data 1 memiliki kondisi *demand* (D) lebih besar dari ($>$) kapasitas produksi (K), set data 2 memiliki kondisi *demand* (D) sama dengan ($=$) kapasitas produksi (K), set data 3 memiliki kondisi *demand* (D) lebih kecil dari ($<$) kapasitas produksi (K), dan set data 4 untuk mengetahui sensitivitas untuk kondisi yang sama seperti set data 1 dengan cara mengubah beberapa nilai parameter ongkos.

REFERENSI

- Astria, Vera, 2006, *Model Optimisasi Penentuan Ukuran Lot produksi Dengan Mempertimbangkan Probabilitas Kegagalan Produksi*, Tugas Akhir, Jurusan Teknik dan Manajemen Industri, ITENAS, Bandung.
- Ben-Daya, M. & Rahim, 2003, *Optimal Lot-sizing, Quality Improvement and Inspection Errors for Multistage Production System*, *International Journal of Production Research*, vol. 41, p. 65-79.
- Hillier, Frederick S. and Liberman, Gerald J., 1990, *Pengantar Riset Operasi*, Edisi ke-5, Erlangga, Jakarta, hal 395-426.
- Indrapriyatna *et al.*, 2008, *Model Penjadwalan Batch Pada Satu Mesin Yang Mengalami Deteriorasi Untuk Minimasi Total Biaya Simpan Dan Biaya Kualitas*. Jurnal Online, Jurusan Teknik Industri, Universitas Kristen Petra.
- Irawan, Dicky, 2013, *Model Optimisasi Ukuran Lot Produksi Pada Sistem Produksi Yang mengalami Deteriorasi Dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*, Tugas Akhir, Jurusan Teknik Industri, ITENAS, Bandung.
- Kadarisman, Astri Martiarini, 2007, *Model Optimisasi Ukuran Lot Produksi Pada Sistem Produksi Yang Tidak Sempurna Dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*, Tugas Akhir, Jurusan Teknik Industri, ITENAS, Bandung.
- Perdana, Adelia Septy, 2008, *Model Optimisasi Ukuran Lot Produksi Yang Mempertimbangkan Inspeksi Sampling Dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*, Tugas Akhir, Jurusan Teknik Industri, ITENAS, Bandung.
- Tersine, Richard J., 1994, *Principles of Inventory and Materials Management*, 4th Edition, Prentice Hall International Inc., New Jersey, p. 3-15 and 90-136.
- Walpole, Ronald E. and Myers, Raymond H., 1995, *Ilmu Peluang dan Statistika Untuk*

Wibowo,dkk

Insinyur dan Ilmuwan, Edisi ke-4, ITB, Bandung, hal 130-132.