

Model Optimisasi *Lot* Produksi pada Sistem Produksi yang Terdeteriorasi dengan Mempertimbangkan Inspeksi Sampling untuk Meminimumkan Total Biaya *

FADHLI NISHFI, HENDRO PRASSETIYO, ARIE DESRIANTY

Jurusan Teknik Industri
Institut Teknologi Nasional (Itenas) Bandung

Email: fnishfi@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini membahas mengenai model penentuan ukuran pemesanan yang optimal seperti metode Economic Production Quantity (EPQ). Model EPQ mengasumsikan bahwa seluruh pesanan item selalu diterima menjadi persediaan. Sistem produksi tidak pernah mengalami kegagalan dan akan menghasilkan produk baik. Pada kenyataannya proses produksi juga mengalami kegagalan sehingga produk tidak sempurna. Sistem produksi yang tidak sempurna dapat terjadi karena kegagalan mesin seperti deteriorasi dan kesalahan inspeksi/pemeriksaan. Sistem produksi yang terdeteriorasi akan bergeser dari status in-control menjadi out-of-control sehingga menghasilkan produk cacat. Produk akan mengalami proses inspeksi secara sampling dan sensus. Selain itu, produk cacat akan mengalami proses rework. Pada penelitian ini dilakukan pengembangan model optimisasi lot produksi pada sistem produksi yang terdeteriorasi yang mempertimbangkan kesalahan pemeriksaan dengan kriteria minimisasi total biaya yang terdiri atas biaya set-up, biaya produksi, biaya kegagalan internal, dan biaya penalti.

Kata Kunci: *deteriorasi, rework, in-control, out-of control, produk cacat*

ABSTRACT

The model of determining the optimal ordering size as the Economic Production Quantity (EPQ). EPQ models assume that all items are always accepted orders into inventory. Production systems have never experienced a failure and will result in better products. In fact the process of production also experienced a failure that is not perfect. Imperfect production system can occur due to engine failure such as deterioration and fault inspection / examination. Terdeteriorasi production system will shift from in-control status became out-of-control resulting in a defective product. Product will undergo a process of sampling and inspection census. In addition, the defective products will experience the rework process. In

* Makalah ini merupakan ringkasan dari Tugas Akhir yang disusun oleh penulis pertama dengan pembimbingan penulis kedua dan ketiga. Makalah ini merupakan draft awal dan akan disempurnakan oleh para penulis untuk disajikan pada seminar nasional dan/atau jurnal nasional.

this research, the development of optimization models on the production lot terdeteriorasi production system that takes into account the error checking with the total cost minimization criterion consisting of the set-up costs, production costs, internal failure costs, and penalty costs.

Keywords: *deterioration, rework, in-control, out-of-control, defective products*

1. PENDAHULUAN

1.1 Pengantar

Berkembangnya teknologi akan mempengaruhi perkembangan perusahaan karena mampu memenuhi kebutuhan konsumennya. Untuk memenuhi kebutuhan konsumen diperlukan penentuan ukuran *lot* yang optimal yang akan diproduksi. Menentukan ukuran pemesanan yang optimal dapat digunakan metode EPQ (*Economic Production Quantity*) yang mengasumsikan seluruh pesanan *item* produk jadi selalu diterima pada persediaan. Tetapi pada kenyataannya pada saat pelaksanaan proses produksi yang dilakukan sendiri dengan menggunakan asumsi bahwa seluruh pesanan dapat diterima pada saat tertentu tidak selalu benar.

Model Ben-Daya & Rahim (2003) menentukan ukuran *lot* produksi pada sistem yang tidak sempurna dengan mempertimbangkan dua kemungkinan yaitu proses produksi berjalan dengan baik seluruhnya dan proses produksi mengalami kegagalan sehingga tidak sempurna, tidak seperti yang diasumsikan pada model EPQ. Sistem produksi yang tidak sempurna mengakibatkan proses produksi tidak berjalan semestinya dan akan menghasilkan produk yang cacat (*non conforming items*). Model Kadarisman (2007) menggunakan pemrograman dinamis dan menggabungkan model EPQ dengan Ben-Daya & Rahim (2003). Karakteristik sistem produksi yang tidak sempurna akibat kesalahan pemeriksaan dengan keputusan menentukan ukuran *lot* produksi berdasarkan Ben-Daya & Rahim (2003).

Model Kadarisman (2007) tidak memperhatikan ukuran sampel sehingga model Perdana (2008) mengembangkan model dengan pemeriksaan melakukan teknik sampling dan mempertimbangkan ukuran sampel yang menghasilkan kondisi *lot*. Model Irawan (2013) mempertimbangkan faktor deteriorasi mesin/peralatan yang menyebabkan kegagalan pada produk. Kegagalan produk tidak hanya disebabkan oleh kesalahan inspeksi tetapi kenyataannya kegagalan produk juga disebabkan oleh faktor deteriorasi mesin. Sistem yang mengalami deteriorasi akan bergeser dari status *in-control* menjadi status *out-of-control*, sehingga memungkinkan untuk menghasilkan produk cacat. Irawan (2013) mengasumsikan produk hasil *rework* selalu baik dan langsung dikirim. Pada kenyataannya produk hasil *rework* mempunyai kemungkinan produk baik dan produk cacat.

Oleh karena itu pada penelitian ini akan dibuat model dengan inspeksi sampling dengan mempertimbangkan ukuran sampel. Jika keputusan *lot* diterima, maka *lot* tersebut akan dikirim yang dikurangi jumlah sampel yang diperiksa sesuai dengan Perdana (2008). Jika keputusan *lot* ditolak, maka akan dilakukan inspeksi secara keseluruhan (*sensus*) dengan jumlah sampel tidak ikut serta untuk di inspeksi keseluruhan (*sensus*). Hasil inspeksi *sensus* akan menghasilkan kemungkinan produk baik dan produk cacat. Jika hasil inspeksi *sensus* produk cacat maka akan dilakukan proses *rework*. Proses *rework* juga menghasilkan kemungkinan produk baik dan produk cacat, dimana jika yang dihasilkan produk cacat maka pemenuhan permintaan akan dipenuhi pada *run* produksi selanjutnya.

1.2 Identifikasi Masalah

Penelitian ini akan menghasilkan suatu model optimasi penentuan ukuran *lot* produksi pada sistem produksi yang terdeteriorasi dengan mempertimbangkan mempertimbangkan kesalahan inspeksi sampling untuk meminimumkan total biaya. Pada model penelitian ini pemeriksaan dilakukan dengan inspeksi sampling dan sensus. Inspeksi sensus dilakukan jika keputusan *lot* inspeksi sampling ditolak. Selain itu pada model ini juga ada proses *rework* jika hasil dari inspeksi sensus ditolak, sehingga hasil proses *rework* menghasilkan produk yang benar-benar baik dan benar-benar cacat.

2. STUDI LITERATUR

2.1 Metode EOQ & EPQ

Menurut Tersine (1994), metode EOQ (*Economic Order Quantity*) adalah model untuk menentukan kuantitas pesanan persediaan meminimumkan biaya langsung penyimpanan persediaan dan biaya kebalikannya (*inverse cost*) pemesanan persediaan. Tujuan model EOQ adalah untuk menentukan jumlah ukuran *lot* setiap kali pemesanan. Pada dasarnya formulasi EOQ selalu diasumsikan bahwa seluruh pesanan *item* selalu diterima menjadi persediaan yang akan di proses kemudian. Dengan permintaan yang konstan, maka EPQ (*Economic Production Quantity*) dapat ditentukan berdasarkan model EOQ.

Model EPQ perlu ditinjau kembali untuk menjaga perubahan yang disesuaikan dengan asumsinya. Asumsi EOQ adalah diskrit pada saat penambahan *stock*, sedangkan asumsi EPQ adalah *continue* dalam penambahan *stock* yang berlebihan pada saat produksi. EPQ merupakan salah satu cara yang sesuai untuk kondisi dimana terjadi pengurangan penggunaan dan perlengkapan secara bersamaan, serta adanya penambahan *stock* pada suatu *level*.

2.2 Konsep Persediaan

Menurut Tersine (1994), tujuan pengendalian persediaan adalah jangan sampai kehabisan bahan, meningkatkan kepuasan pelanggan, dan menjaga kualitas bahan. Persediaan sangat penting bagi setiap perusahaan, baik perusahaan *manufacturing* maupun *non manufacturing* baik perusahaan kecil, perusahaan menengah ataupun perusahaan besar. Di dalam penyelenggaraan persediaan bahan baku terdapat faktor-faktor yang memiliki pengaruh terhadap persediaan bahan baku yang saling terkait antara satu faktor dengan faktor diantaranya, perkiraan pemakaian bahan baku, harga bahan baku, biaya-biaya dalam persediaan, kebijaksanaan pembelanjaan, pemakaian bahan baku, waktu tunggu, model pembelian, *safety stock*, dan pemesanan kembali.

2.3 Model Ben-Daya & Rahim (2003)

Tujuan dari model yang dikembangkan oleh Ben-Daya & Rahim (2003) adalah untuk menentukan ukuran *lot* produksi pada persoalan *multistage* dengan proses produksi yang tidak sempurna. Model ini memperhatikan adanya kesalahan dalam pemeriksaan *non conforming item* di beberapa *stages*, yaitu kemungkinan proses produksi berjalan dengan baik seluruhnya dan proses produksi mengalami kegagalan sehingga tidak sempurna, dalam hal ini kemungkinan terjadinya proses produksi yang tidak sempurna sangat besar dibandingkan dengan proses produksi yang berjalan dengan baik karena dipengaruhi beberapa faktor di dalamnya. Berikut merupakan model Ben-Daya & Rahim (2003):

$$\begin{aligned} \text{ETC} &= E(\text{SC}) + E(\text{HC}) + E(\text{QC}) + E(\text{IRC}) & (1) \\ &= \text{Biaya set-up} + \text{Biaya pengadaan persediaan} + \text{Biaya kualitas per unit} \\ &\quad + (\text{Biaya pemeriksaan} + \text{Biaya perbaikan}) \end{aligned}$$

2.4 Model Indrapriyatna (2007)

Menurut Indrapriyatna (2007) bahwa model penjadwalan *batch* yang mengakomodasi kondisi mesin terdeteriorasi, yang akan menyebabkan produk menjadi *nonconforming item*. Sistem produksi yang mengalami *deteriorasi* akan bergeser dari status *in-control* menjadi status *out of control*, sehingga memungkinkan untuk menghasilkan produk cacat dan akan berdampak pada kenaikan total biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan. Formulasi yang digunakan dalam pemodelan ini adalah biaya inspeksi, biaya pengendalian kualitas, biaya *setup*, dan biaya restorasi. Biaya kualitas diantaranya, biaya pemeriksaan sampel, biaya kegagalan internal, dan biaya kegagalan eksternal.

2.5 Model Kadarisman (2007)

Menurut Kadarisman (2007) melakukan melalui tiga tahap pengembangan model, diantaranya tahap pertama merupakan penentuan model konseptual untuk karakteristik sistem produksi yang tidak sempurna akibat kesalahan pemeriksaan dengan keputusan menentukan ukuran *lot* produksi berdasarkan konsep Ben-Daya & Rahim (2003). Tahap kedua penentuan variabel yang diperlukan dalam model optimasi yang diperoleh dengan pendekatan EPQ. Tahap ketiga formulasi model berdasarkan tahap pertama dan kedua untuk menentukan solusi optimal. Berikut merupakan model Kadarisman (2007):

$$\text{Min } f_j(S_j, Q_j) = U + CP + \{f_{j+1}^*(S_{j+1})\} \quad (2)$$

$$= \text{Ongkos set up} + \text{Ongkos Produksi} + (f_{j+1}^*(S_{j+1}))$$

Status memiliki probabilitas, yaitu kesalahan menolak produk baik, kebenaran menerima produk baik, kesalahan menerima produk buruk, dan kesalahan menolak produk buruk.

2.6 Model Perdana (2008)

Menurut Perdana (2008), model ukuran *lot* mempertimbangkan ukuran sampel. Permintaan (D) tertentu, akan diproduksi sebesar ukuran *lot* tertentu (Q). Proses inspeksi dilakukan dengan menggunakan sampling dimana sampel (n) diambil dari ukuran lot produksi tersebut tanpa pengembalian dan dari sampel tersebut dapat diterima informasi mengenai kondisi *lot*. Kemungkinan mengenai kondisi *lot* tersebut yaitu diterima jika kondisi sampel yang diambil baik (Pa) atau ditolak jika kondisi sampel yang diambil cacat ($1-Pa$). Jika keputusan lot diterima maka akan terdapat probabilitas kesalahan menerima produk cacat (β), sedangkan jika keputusan *lot* ditolak maka akan diasumsikan diperiksa secara sensus dan inspeksi sensus tidak dibahas pada model ini. Berikut merupakan model Perdana (2008):

$$\text{Min } f_j(S_j, Q_j) = \text{Min}$$

$$\sum_{i=1}^i [c_1 + Q_i \times c_2 + c_3 \times n + [Pa \cdot (Q_i - n) \cdot \beta \cdot c_4] + [(1 - Pa) \cdot Ia] + [(1 - Pa) \cdot (c_3 \times (Q_i - n))] + \{f_{j+1}^*(S_{j+1})\}] \quad (3)$$

$$= \text{Ongkos set up} + \text{Ongkos Produksi} + \text{Ongkos Inspeksi} + \text{Ongkos Keputusan lot} + \text{Ongkos penalty} + (f_{j+1}^*(S_{j+1}))$$

2.7 Model Irawan (2013)

Menurut Irawan (2013), mempertimbangkan deteriorasi pada sistem produksi dimana hal tersebut akan menghasilkan produk *conforming* ataupun *nonconforming*. Proses inspeksi pada model ini dilakukan dengan menggunakan sensus yang menimbulkan beberapa kemungkinan terhadap kesalahan pemeriksaan yaitu kemungkinan produk baik dapat diterima, kemungkinan produk baik *direject*, kemungkinan produk jelek dapat diterima ataupun kemungkinan produk jelek *direject*. Hasil produk *reject* akan *rework* dan menghasilkan produk baik serta menimbulkan ongkos simpan. Berikut merupakan model Irawan (2013):

$$\begin{aligned}
& f_j(S_j, X_j) = \\
& \text{Min} \sum_{i=1}^j [U] + [Q \cdot O_i] + [Q \times W_1 \times (K_1 + C)] + \\
& \left[[(1 - P_{c_j})\theta_2 + (P_{c_j})\theta_4] \times Q \times W_1 \times (K_1 + C) \right] + \left\{ [(1 - P_{c_j})\theta_2 \times Q \times W_2 \times (K_2 + C)] + \right. \\
& \left. [P_{c_j} \times \theta_4 \times W_3 \times (K_3 + C)] \right\} + f_{j+1} * (S_{j+1}) \\
& = \text{Ongkos set up} + \text{Ongkos Produksi} + \text{Ongkos kegagalan internal} + (f_{j+1} * (S_{j+1}))
\end{aligned} \tag{4}$$

2.8 Sampling Penerimaan

Menurut Juran (1993), sampling penerimaan merupakan proses evaluasi sebagian ukuran *lot* produksi untuk diambil keputusan yaitu menerima *lot* atau menolak *lot* tersebut. Keuntungan utama dari sampling penerimaan yaitu lebih efisien dalam segi biaya atau lebih ekonomis. Sampling penerimaan terdiri dari kelebihan dan kekurangan sampling, tipe sampling, resiko produsen dan resiko konsumen, serta sistem AQL untuk penarikan sampel penerimaan.

2.9 Distribusi Binomial

Menurut Walpole (1995), distribusi Binomial merupakan distribusi diskrit yang menaksir suatu probabilitas sukses (H) tepat akan terjadi x kali dalam percobaan BERNOULLI. Bila dari n percobaan BERNOULLI akan terjadi x kali sukses (H) maka akan tepat terjadi $(n - x)$ kali gagal (\bar{H}). Jadi jelaslah bahwa bila $P = \{ X = x \}$ menyatakan probabilitas akan tepat terjadi x sukses (H) dari n percobaan BERNOULLI yang identik dan saling bebas.

2.10 Pemograman Dinamis

Menurut Hiller (1990) dalam Irawan (2013), pemograman dinamis dibagi menjadi dua jenis yaitu, pemograman dinamis deterministik dan pemograman dinamis probabilistik. Pada bagian ini akan dikemukakan pendekatan pemograman dinamis sebagai persoalan deterministik, dimana *state* pada *stage* berikutnya sepenuhnya ditentukan oleh *state* dan keputusan pada *stage* saat ini. Berbeda dengan pemograman dinamis deterministik, pada pemograman dinamis probabilistik ini *stage* berikutnya tidak dapat seluruhnya ditentukan oleh *state* dan keputusan pada *stage* saat ini, tetapi ada suatu distribusi kemungkinan mengenai apa yang akan terjadi. Namun, distribusi kemungkinan ini masih seluruhnya ditentukan oleh *state* dan keputusan pada *stage* saat ini.

3. METODOLOGI PENELITIAN

Berikut merupakan tahapan-tahapan penelitian model penentuan ukuran *lot* produksi pada sistem yang terdeteriorasi sebagai berikut.

1. Studi Literatur

Studi literatur pada penelitian membahas mengenai model ukuran pemesanan dengan menggunakan metode EOQ dan EOQ, model Ben-Daya & Rahim (2003), sistem persediaan, model Indrapriyatna (2007), model Kadarisman (2007), model Perdana (2008), model Irawan (2013), penerimaan sampling, distribusi binomial, dan pemograman dinamis.

2. Identifikasi Masalah

Pada penelitian sebelumnya masih terdapat kekurangan sehingga perlu adanya penambahan parameter untuk menyempurnakan model optimasi *lot* produksi pada sistem produksi yang terdeteriorasi. Pada penelitian ini membuat model inspeksi sampling dengan mempertimbangkan ukuran sampel. Inspeksi sampling akan menghasilkan kemungkinan ditolak dan diterima. Jika keputusan *lot* diterima, akan langsung dikirim dengan jumlah sampel tidak ikut serta untuk dikirim. Jika keputusan *lot* ditolak, maka akan dilakukan inspeksi secara keseluruhan (sensus) dengan jumlah sampel tidak ikut

Model Optimisasi Lot Produksi Pada Sistem Produksi yang Terdeteriorasi dengan Mempertimbangkan Inspeksi Sampling Untuk Meminimumkan Total Biaya

serta untuk diinspeksi keseluruhan (sensus). Hasil inspeksi sensus akan menghasilkan kemungkinan produk baik dan produk cacat. Jika hasil inspeksi sensus produk cacat maka akan dilakukan proses *rework*.

3. Pengembangan Model

Pengembangan model dilakukan beberapa tahapan untuk menentukan model yang diinginkan. Model didasari model yang dikembangkan oleh Irawan (2013). Berikut merupakan posisi penelitian ini terhadap penelitian-penelitian lain yang berkaitan dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Posisi Model Penelitian Terhadap Penelitian-Penelitian Lain yang Berkaitan

Keterangan	Model					
	EPQ	Ben-Daya (2003)	Kadarsiman (2007)	Perdana (2008)	Irawan (2013)	Penelitian
Pendekatan	Kontinu	Kontinu	Diskrit	Diskrit	Diskrit	Diskrit
Kondisi	Statis & Deterministik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik	Dinamis & Probabilistik
	Proses selalu terkendali (<i>in of control</i>), sehingga seluruh produk yang dihasilkan berkualitas baik, fasilitas produksi tidak pernah gagal/rusak serta tidak ada kegagalan produk	Proses tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi tidak sempurna dan kegagalan produk mungkin terjadi	Proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang tidak sempurna dengan kriteria minimasi ongkos	Proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang tidak sempurna dengan kriteria minimasi ongkos	Proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimasi ongkos	Proses tidak terkendali dengan penentuan ukuran lot produksi pada sistem produksi yang terdeteriorasi dengan kriteria minimasi ongkos dengan mempertimbangkan kesalahan pemeriksaan
Komponen Ongkos	Ongkos <i>Set up</i> , Ongkos Produksi, dan Ongkos Simpan	Ongkos <i>Set up</i> , Ongkos Pengadaan persediaan, Ongkos pengendalian kualitas, Ongkos Pemeriksaan, dan Ongkos Perbaikan	Ongkos <i>Set up</i> , Ongkos penalti, dan Ongkos Produksi	Ongkos <i>Set up</i> , Ongkos penalti, dan Ongkos Produksi	Ongkos <i>Set up</i> , Ongkos penalti, Ongkos Produksi dan Ongkos Pengendalian Kualitas	Ongkos <i>Set up</i> , Ongkos penalti, Ongkos Produksi dan Ongkos Pengendalian Kualitas
Proses Inspeksi	Sampling	Sampling	Sampling	Sampling	Sensus	Sampling, Sensus
Ukuran Sampel	Tidak Dipertimbangkan	Tidak Dipertimbangkan	Tidak Dipertimbangkan	Dipertimbangkan	Tidak ada	Dipertimbangkan (sampling)
Fungsi Tujuan	Minimasi Total Ongkos	Minimasi Ekspektasi Total <i>Cost (ETC)</i>	Minimasi Ekspektasi Total <i>Cost (ETC)</i>	Minimasi Ekspektasi Total <i>Cost (ETC)</i>	Minimasi Ekspektasi Total <i>Cost (ETC)</i>	Minimasi Ekspektasi Total <i>Cost (ETC)</i>
Variabel Keputusan	Produksi dan <i>Reorder Point</i>	Ukuran <i>Lot</i> Produksi	Q_j : Ukuran <i>Lot</i> Produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- j	Q_j : Ukuran <i>Lot</i> Produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- j	Q_j : Ukuran <i>Lot</i> Produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- j	Q_j : Ukuran <i>Lot</i> Produksi pada setiap <i>run</i> produksi ke- j
Metode Solusi	Analitik	<i>Transision Probability</i>	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik
Status yang terungkap	Tidak ditemukan dalam literatur	Produk <i>non-conforming</i>	Jumlah I yang belum terpenuhi	Jumlah I yang belum terpenuhi	Jumlah I yang belum terpenuhi	Jumlah I yang belum terpenuhi

4. Pengujian Model dan Analisis

Pengujian model ini dilakukan dengan menggunakan data hipotetik. Selain itu dilakukan pengujian sensitivitas variabel keputusan terhadap perubahan-perubahan parameter ongkos pada penelitian ini. Pengujian model bertujuan untuk mengetahui sejauh mana solusi optimal yang diperoleh dari model tersebut, sehingga jika solusi optimal belum memenuhi fungsi tujuan dapat dilakukan perbaikan dan pengembangan kembali terhadap model penelitian.

5. Kesimpulan

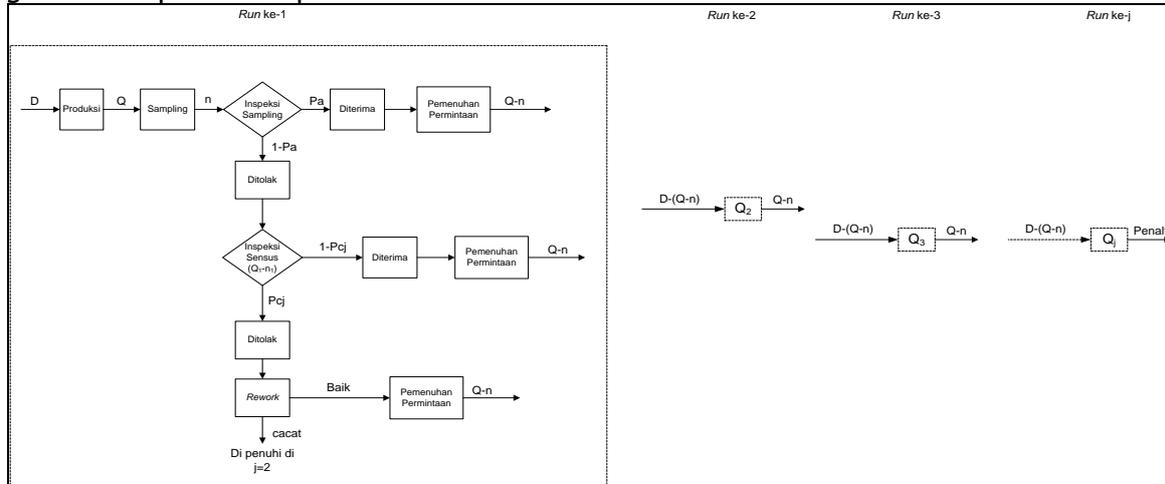
Kesimpulan diambil berdasarkan hasil pengembangan model dan analisis yang telah dilakukan, dari kesimpulan tersebut dapat diambil saran untuk penelitian selanjutnya.

4. PENGEMBANGAN MODEL

4.1 Karakteristik Sistem

Pada penelitian ini ukuran *lot* produksi yang direpresentasikan dengan (Q) akan diproduksi sesuai dengan permintaan konsumen sebesar (D) dengan kapasitas (K). Sampel (n) diambil dari ukuran *lot* produksi tanpa pengembalian, selanjutnya diinspeksi dan dari sampel tersebut diperoleh kondisi *lot*. Proses inspeksi sampling akan menghasilkan 2(dua) kejadian yaitu diterima (Pa) dan ditolak ($1-Pa$). Kejadian diterima (Pa) akan menghasilkan

probabilitas produk baik serta langsung dikirim kekonsumen. Hasil dari kejadian ditolak ($1 - Pa$) akan diinspeksi kembali secara keseluruhan (sensus). Inspeksi secara sensus akan menghasilkan kemungkinan produk baik ($1 - Pcj$) yang akan langsung dikirim dan kemungkinan produk gagal (Pcj) yang akan mengalami proses *rework*. Sistem penelitian yang digunakan dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Sistem Penelitian

4.2 Asumsi – Asumsi

Pada penelitian ini peneliti membutuhkan asumsi-asumsi untuk dapat menyederhanakan masalah yang diteliti yang dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Asumsi-asumsi

1	Laju permintaan konsumen bersifat deterministik	8	Probabilitas terjadinya produk gagal akan terus meningkat pada setiap <i>run</i> produksi.
2	<i>Set up</i> dilakukan setiap <i>lot</i> akan produksi	9	Laju kenaikan probabilitas terjadinya produk gagal pada setiap <i>run</i> produksi tetap.
3	Setiap produk yang dihasilkan pada setiap <i>run</i> produksi (Q_j), diambil sampel sejumlah n untuk dilakukan proses inspeksi sampling.	10	Apabila pada akhir <i>run</i> produksi ke- j total produksi tidak memenuhi permintaan, maka dikenai ongkos penalti.
4	Setiap produk yang ditolak pada hasil pemeriksaan sampling, diinspeksi kembali secara sensus.	11	Setiap produk yang ditolak pada hasil pemeriksaan sensus, maka produk akan mengalami proses <i>rework</i> .
5	Jumlah sampel yang diambil sebanyak n tidak diperiksa lagi pada pemeriksaan sensus, sehingga produk yang diinspeksi secara sensus adalah jumlah produksi dikurangi jumlah sampel ($Q-n$).	12	Jika produk hasil <i>rework</i> merupakan produk cacat, maka akan dipenuhi pada <i>run</i> selanjutnya.
6	Setiap produk yang diterima akan langsung dikirim untuk memenuhi permintaan.	13	Ongkos inspeksi sampling dan inspeksi sensus tetap.
7	Ukuran <i>lot</i> produksi pada setiap <i>run</i> minimum 3 unit, karena sampel yang dapat diambil minimum sebanyak 2 unit.	14	Biaya kerugian akibat produk cacat dari hasil proses <i>rework</i> tidak dipertimbangkan.

4.3 Daftar Notasi

Tabel 3 menunjukkan notasi-notasi yang digunakan dalam penelitian, sehingga memudahkan dalam pembacaan dan penyusunan model.

Tabel 3. Notasi Penelitian

j	Run produksi, ($j= 1, 2, 3, \dots, j$)	B_1	Biaya produksi (Rp)
Q_j	Ukuran lot produksi pada setiap run produksi ke- j (unit)	B_2	Biaya inspeksi sampling (Rp)
n	Ukuran sampel (unit)	B_3	Biaya simpan inspeksi sampling (Rp)
r_j	Ukuran sampel (unit)	B_4	Biaya inspeksi sensus (Rp)
W_1	Waktu inspeksi sampling (waktu/unit)	B_5	Biaya simpan inspeksi sensus (Rp)
W_2	Waktu inspeksi sensus (waktu/unit)	B_6	Biaya rework (Rp)
W_3	Waktu rework (waktu/unit)	B_7	Biaya simpan rework (Rp)
$1-Pa_j$	Probabilitas jumlah produk cacat untuk inspeksi sampling pada setiap run produksike- j (%)	C_1	Ongkos set-up (Rp)
Pa_j	probabilitas jumlah produk baik untuk inspeksi sampling pada setiap run produksi ke- j (%)	C_2	Ongkos produksi (Rp/unit/waktu)
$1-PC_j$	Probabilitas jumlah produk baik untuk inspeksi sensus pada setiap run produksi ke- j (%)	C_3	Ongkos inspeksi sampling (Rp/unit/waktu)
PC_j	Probabilitas jumlah produk cacat untuk inspeksi sensus pada setiap run produksi ke- j (%)	C_4	Ongkos simpan inspeksi sampling (Rp/unit/waktu)
Pg_j	Probabilitas kegagalan produk yang mungkin terjadi setiap run ke- j (%)	C_5	Ongkos inspeksi sensus (Rp/unit/waktu)
Pg_0	Probabilitas kegagalan produk yang mungkin terjadi setiap run ke- 0 (%)	C_6	Ongkos simpan inspeksi sensus (Rp/unit/waktu)
i	Laju kenaikan probabilitas produk gagal (%)	C_7	ongkos rework (Rp/unit/waktu)
x	Jumlah produk cacat	C_8	ongkos simpan rework (Rp/unit/waktu)
p	Probabilitas produk gagal (%)	C_9	ongkos penalti (Rp/unit)
q	Probabilitas produk baik (%)		

4.4 Pemodelan Probabilitas Kegagalan Items

Pemodelan probabilitas kegagalan pada setiap run produksi dimodelkan dengan Pg_j . Dimana Pg_j merupakan probabilitas kegagalan suatu produk yang terus meningkat pada setiap run produksi. Hal ini dipengaruhi oleh laju kenaikan probabilitas produk gagal (i) dan probabilitas gagal pada run ke- $j = 0$ (Pg_0). Probabilitas dinyatakan dengan rumus berikut:

$$Pg_j = (1+i)^j \times Pg_0 \quad (5)$$

Probabilitas jumlah produk gagal diperoleh dengan menggunakan distribusi binomial yang bersifat diskrit, sehingga menkasirkan dua kemungkinan yaitu gagal dimodelkan dengan p dan baik dimodelkan dengan q , dimana $q = 1 - p$. Probabilitas jumlah produk gagal dinyatakan oleh rumus distribusi binomial sbagai berikut:

$$b(x;n;p) = \binom{n}{x} = p^x \cdot q^{n-x} \quad (6)$$

4.5 Biaya-Biaya yang Dibutuhkan dalam Proses Produksi

Biaya-biaya yang dibutuhkan dalam model penelitian ini, yaitu biaya produksi yang merupakan penjumlahan ongkos set up dan ongkos produksi. Selain itu ada juga biaya penalti yang timbul apabila permintaan tidak terpenuhi.

4.6 Biaya Kegagalan Internal

Biaya kegagalan internal yang dibutuhkan dalam model penelitian ini, yaitu biaya inspeksi sampling dan sesus merupakan biaya yang dikeluarkan selama inspeksi sampling dan sensus, biaya simpan inspeksi sampling dan sensus merupakan biaya yang timbul karena penyimpanan produk selama produk diinspeksi, biaya rework merupakan biaya yang timbul karena terdapat produk cacat hasil dari inspeksi sensus yang benar-benar harus mengalami perbaikan, dan biaya simpan rework merupakan biaya yang timbul karena penyimpanan produk selama produk mengalami proses rework.

4.7 Formulasi Pemograman Dinamis Probabilistik

Model optimasi tersebut dapat dipenuhi dengan pemograman dinamis dengan parameter sebagai berikut:

Tahap:

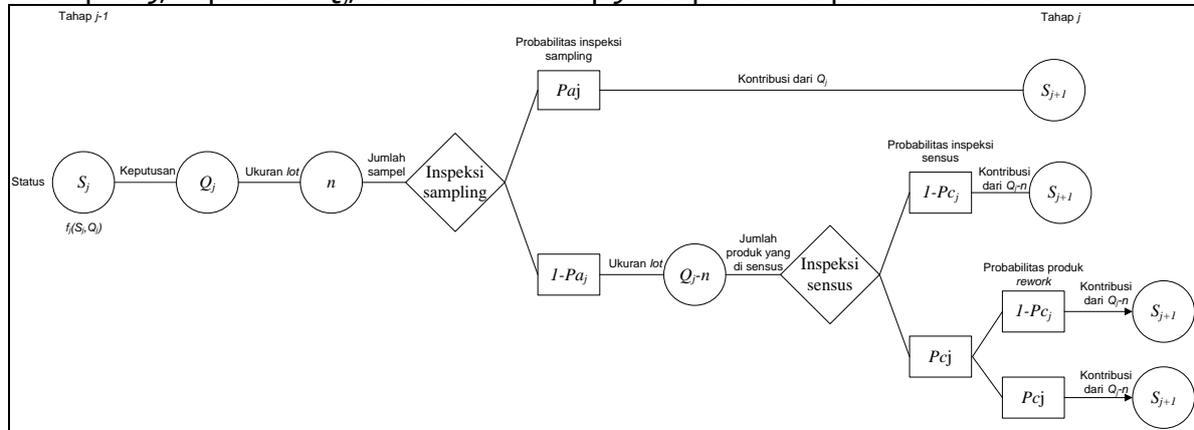
Keputusan ukuran lot produksi yanag dilakukan pada setiap run produksi ke- j , dimana $j = 1, 2, 3, \dots, j$. Maka pengambilan keputusan pada setiap run produksi ke- j adalah tahap pengambila keputusan.

Variabel keputusan:

Variabel keputusan penelitian ini adalah ukuran lot produksi pada setiap *run* produksi ke-*j* (*Q_j*) pada sistem produksi yang terdeteriorasi yang mempertimbangkan inspeksi sampling dan sensus dengan kriteria minimasi ongkos.

Status:

Struktur dari pemrograman dinamis probabilistik yang menunjukkan hubungan antara status di tahap ke-*j*, keputusan *Q_j*, dan status ditahap *j-1* dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Struktur Pemrograman Dinamis Probabilistik

Fungsi Tujuan :

$$f_j(S_j, Q_j) = \text{Min} \sum_{j=1}^j [[C_1 + (Q_j \times C_2)] + [n \times W_1 \times C_3] + [Q_j \times W_1 \times C_4] + [(1-P_{aj}) \times (Q_j - n) \times W_2 \times C_5] + [(1-P_{aj}) \times Q_j \times W_2 \times C_6] + [(1-P_{aj}) \times (PC_j) \times r_j \times W_3 \times C_7] + [(1-P_{aj}) \times Q_j \times W_3 \times C_8] + [f_{j+1} * (S_{j+1})]] \tag{7}$$

Persamaan rekursif:

$$f_{j+1} * (S_{j+1}) = [(f_{j+1} * (S_{j+1}) \cdot Pa_{j0}) + (f_{j+1} * (S_{j+1}) \cdot (1-Pa_{j0}) \cdot (PC_{j0})) + \dots + (f_{j+1} * (S_{j+1}) \cdot (1-Pa_{jk}) \cdot (PC_{jk}))] \tag{8}$$

Dimana:

$$(f_{j+1} * (S_{j+1})) = [(PC_{j0}) (f_{j+1} * (S_{j+1})) + \dots + (PC_{jk}) (f_{j+1} * (S_{j+1}))] \tag{9}$$

5. PENGUJIAN MODEL DAN ANALISIS

5.1 PENGUJIAN MODEL

Set data 1 permintaan lebih besar dari pada kapasitas yaitu $D=7$ dan $K=5$. Nilai parameter untuk set data 1 terdapat pada Tabel 4.

Tabel 4. Nilai Parameter Set Data 1

Notasi	D	K	n	W1	W2	W3	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	i	Pg0
Nilai	7	5	2	1	1	2	10	5	2	0.5	3	1	1	3	100	20%	15%

Berikut ini adalah hasil perhitungan set data 1 berdasarkan langkah-langkah pengembangan model:

Langkah 1

Pada langkah 1 dilakukan pengujian terhadap set data untuk menentukan *lot* produksi yang harus dipenuhi disetiap *run* untuk permintaan tertentu yang dapat dilihat pada Tabel 5.

Langkah 2

Pada langkah 2 dilakukan penentuan nilai probabilitas kegagalan disetiap *run* yang dinotasikan dengan Pg_j yang terus meningkat setiap *run* produksi. Nilai probabilitas kegagalan dan inspeksi sampling dilihat dapat pada Tabel 6. Perhitungan nilai probabilitas hasil inspeksi sensus setiap *run* produksi sama dengan nilai probabilitas hasil proses *rework* setiap *run* produksi dapat dilihat pada Tabel 7.

Model Optimisasi Lot Produksi Pada Sistem Produksi yang Terdeteriorasi dengan Mempertimbangkan Inspeksi Sampling Untuk Meminimumkan Total Biaya

Tabel 5. Jumlah Permintaan dan Produksi Set Data 1

Set data 1											
j	Sj	Qj	n	Sampling		Sensus			Hasil rework		
				Sn+1 (Tr)	Sn+1 (TI)	Jumlah Produk Cacat (Tr)	Sn+1 (Tr)	Jumlah Produk Cacat (TI)	Jumlah produk rework	Sn+1 (Tr)	Sn+1 (TI)
1	7	3	2	6	6,7	0	6	1	1	6	7
		4		5	5,6,7	0,1	5,6	1,2	1,2	5,6	6,7
		5		4	4,5,6,7	0,1,2	4,5,6	1,2,3	1,2,3	4,5,6	5,6,7
2	4	3	2	3	3,4	0	3	1	1	3	4
		4		2	2,3,4	0,1	2,3	1,2	1,2	2,3	3,4
		5		1	1,2,3,4	0,1,2	1,2,3	1,2,3	1,2,3	1,2,3	2,3,4
	5	4	2	4	4,5	0	4	1	1	4	5
		4		3	3,4,5	0,1	3,4	1,2	1,2	3,4	4,5
		5		2	2,3,4,5	0,1,2	2,3,4	1,2,3	1,2,3	2,3,4	3,4,5
	6	3	2	5	5,6	0	5	1	1	5	6
		4		4	4,5,6	0,1	4,5	1,2	1,2	4,5	5,6
		5		3	3,4,5,6	0,1,2	3,4,5	1,2,3	1,2,3	3,4,5	4,5,6
	7	3	2	6	6,7	0	6	1	1	6	7
		4		5	5,6,7	0,1	5,6	1,2	1,2	5,6	6,7
		5		4	4,5,6,7	0,1,2	4,5,6	1,2,3	1,2,3	4,5,6	5,6,7
3	1	3	2	0	0,1	0	0	1	0	0	1
		3		1	1,2	0	1	1	1	1	2
		4		0	0,1,2	0,1	0,1	1,2	1,2	0,1	1,2
	2	3	2	2	2,3	0	2	1	1	2	3
		3		4	2	1,2,3	0,1	1,2	1,2	1,2	2,3
		5		0	0,1,2,3	0,1,2	0,1,2	1,2,3	1,2,3	0,1,2	1,2,3
	3	3	2	3	3,4	0	3	1	1	3	4
		4		2	2,3,4	0,1	2,3	1,2	1,2	2,3	3,4
		5		1	1,2,3,4	0,1,2	1,2,3	1,2,3	1,2,3	1,2,3	2,3,4
	4	3	2	4	4,5	0	4	1	1	4	5
		4		3	3,4,5	0,1	3,4	1,2	1,2	3,4	4,5
		5		2	2,3,4,5	0,1,2	2,3,4	1,2,3	1,2,3	2,3,4	3,4,5
	5	3	2	5	5,6	0	5	1	1	5	6
		4		4	4,5,6	0,1	4,5	1,2	1,2	4,5	5,6
		5		3	3,4,5,6	0,1,2	3,4,5	1,2,3	1,2,3	3,4,5	4,5,6
	6	3	2	6	6,7	0	6	1	1	6	7
		4		5	5,6,7	0,1	5,6	1,2	1,2	5,6	6,7
		5		4	4,5,6,7	0,1,2	4,5,6	1,2,3	1,2,3	4,5,6	5,6,7

Tabel 6. Nilai Probabilitas Kegagalan dan Inspeksi Sampling Run Produksi Set Data 1

Pgj	Run ke-1	Run ke-2	Run ke-3
	0.18	0.22	0.26

Untuk Inspeksi Sampling				
j	Produksi (Q)	Sampel (n)	Probabilitas Penerimaan (Pa)	Probabilitas Penolakan (1-Pa)
1	3	2	0.67	0.33
	4			
	5			
2	3	2	0.61	0.39
	4			
	5			
3	3	2	0.55	0.45
	4			
	5			

Tabel 7. Nilai Probabilitas Inspeksi Sensus dan Rework Setiap Run Produksi Set Data 1

J	Jumlah yang diperiksa (Q-n)	Jumlah Produk Cacat	Probabilitas Ditemukannya Produk Cacat (Pc)	Probabilitas Ditemukannya Produk Baik (1-Pc)	
1	0	0	1.00	0.00	
		1	0.82	0.18	
		2	0.18	0.82	
	1	2	0	0.67	0.33
			1	0.30	0.70
			2	0.03	0.97
	2	2	0	0.55	0.45
			1	0.36	0.64
			2	0.08	0.92
3		3	0.01	0.99	
		0	1.00	0.00	
		0	0.78	0.22	
2	1	1	0.22	0.78	
		0	0.61	0.39	
		1	0.34	0.66	
	2	2	0.05	0.95	
		0	0.48	0.52	
		1	0.40	0.60	
	3	3	2	0.11	0.89
			3	0.01	0.99
			0	1.00	0.00
0		0	0.74	0.26	
		1	0.26	0.74	
		0	0.55	0.45	
3	1	1	0.38	0.62	
		2	0.07	0.93	
		0	0.41	0.59	
	2	1	0.43	0.57	
		2	0.15	0.85	
		3	0.02	0.98	

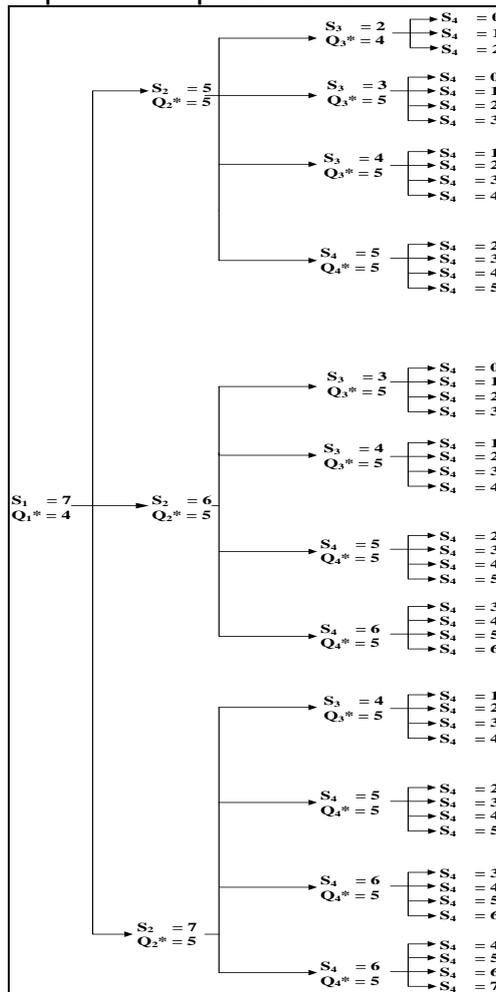
Langkah 3

Pada langkah 3 dilakukan perhitungan model optimasi *lot* produksi setiap *run* dengan pemrograman dinamis probabilistic yang dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 8. Hasil Perhitungan Set Data 1 Run Produksi ke-4, ke-3, ke-2, dan ke-1

Run 4		Run 3					Run 2					Run 1							
S4	f4*	Q3	3	4	5	f3*	Q3*	Q2	3	4	5	f2*	Q2*	Q1	3	4	5	f1*	Q1*
0	0	S3						S2						S1					
1	100	1	44.59	-	-	44.59	3	4	112.86	107.86	104.27	104.27	5	7	175.04	165.54	179.65	165.54	4
2	200	2	144.59	57.87	-	57.87	4	5	212.86	124.18	117.76	117.76	5						
3	300	3	244.59	157.87	71.15	71.15	5	6	312.86	224.18	135.50	135.50	5						
4	400	4	344.59	257.87	171.15	171.15	5	7	412.86	324.18	235.50	235.50	5						
5	500	5	444.59	357.87	271.15	271.15	5												
6	600	6	544.59	457.87	371.15	371.15	5												
7	700	7	644.59	557.87	471.15	471.15	5												

Berdasarkan hasil perhitungan set data 1, maka diperoleh solusi optimal untuk model optimasi ukuran *lot* yang dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Solusi Optimal Untuk Set Data 1

Berdasarkan hasil pengujian yang dilakukan menjadi 4 set data maka menghasilkan rekapitulasi total ongkos untuk set data 1, set data 2, set data 3, dan set data 4 yang dapat dilihat pada Tabel 9.

Model Optimisasi Lot Produksi Pada Sistem Produksi yang Terdeteriorasi dengan Mempertimbangkan Inspeksi Sampling Untuk Meminimumkan Total Biaya

Tabel 9. Rekapitulasi Total Ongkos

		Keterangan			
Set Data 1	D>K		Permintaan = 7 unit dan kapasitas produksi = 5 unit		
Set Data 2	D=K		Permintaan = 7 unit dan kapasitas produksi = 7 unit		
Set Data 3	D<K		Permintaan = 4 unit dan kapasitas produksi = 5 unit		
Set Data 4	D>K	Set Data 4.1	Ongkos Setup = 13		
			Ongkos Produksi = 5		
			Ongkos Penalti = 100		
			Ongkos Rework = 1		
					Parameter berubah yang awalnya Ongkos Setup awal = 10 terjadi kenaikan menjadi 13
		Set Data 4.2	Ongkos Setup = 10		
			Ongkos Produksi = 6,5		
			Ongkos Penalti = 100		
			Ongkos Rework = 1		
					Parameter berubah yang awalnya Ongkos Produksi awal = 5 terjadi kenaikan menjadi 6,5
		Set Data 4.3	Ongkos Setup = 10		
			Ongkos Produksi = 5		
			Ongkos Penalti = 130		
			Ongkos Rework = 1		
					Parameter berubah yang awalnya Ongkos Pinalti awal = 100 terjadi kenaikan menjadi 130
		Set Data 4.4	Ongkos Setup = 10		
			Ongkos Produksi = 5		
			Ongkos Penalti = 100		
			Ongkos Rework = 1,3		
					Parameter berubah yang awalnya Ongkos Rework awal = 1 terjadi kenaikan menjadi 1,3
Set Data 4.5	Ongkos Setup = 13				
	Ongkos Produksi = 6,5				
	Ongkos Penalti = 130				
	Ongkos Rework = 1,3				
			Parameter berubah yang awalnya setup awal = 10 terjadi kenaikan menjadi 13, ongkos produksi awal = 5 terjadi kenaikan menjadi 6,5, ongkos pinalti awal = 100 terjadi kenaikan menjadi 130, ongkos rework awal = 1 terjadi kenaikan menjadi 1,3		

5.2 Analisis

Berdasarkan rekapitulasi maka diperoleh analisis bahwa perubahan parameter permintaan lebih kecil dari pada kapasitas menghasilkan ongkos lebih murah dari perubahan parameter permintaan sama dengan kapasitas dan permintaan lebih besar dari kapasitas. Hal ini karena probabilitas kemungkinan produk yang terpenuhi lebih besar karena adanya permintaan lebih kecil dari kapasitas. Selain itu perubahan parameter ongkos *set up*, produksi, *rework*, dan penalti juga mempengaruhi total biaya yang dihasilkan.

6. KESIMPULAN

6.1 Kesimpulan

Perubahan parameter permintaan dan kapasitas akan mempengaruhi total ongkos yang dikeluarkan selama produksi. Selain itu perubahan parameter tersebut juga mempengaruhi solusi optimal yang dihasilkan. Solusi optimal dihitung menggunakan model optimisasi ukuran *lot* produksi pada sistem yang terdeteriorasi dengan mempertimbangkan inspeksi sampling. Model optimasi melakukan beberapa langkah yaitu, menentukan permintaan, probabilitas, dan pemrograman dinamis.

REFERENSI

Ben-Daya, M & Rahim, 2003, *Optimal Lot-sizing, Quality Improvement and Inspection Errors for Multistage Production System*, *International Journal of Production Research*, 41, 65-79

Irawan, Dicky, 2013, *Model Optimisasi Ukuran Lot Produksi Pada Sistem Produksi Yang Mengalami Deteriorasi Dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*, Tugas Akhir, Jurusan Teknik Industri, ITENAS, Bandung.

Indrapriyatna *et al.*, *Model Penjadwalan Batch Pada Satu Mesin Yang Mengalami Deteriorasi Untuk Minimasi Total Ongkos Biaya Simpan Dan Biaya Kualitas*. Jurnal Online, Jurusan Teknik Industri, Universitas Kristen Petra.

Juran, J.M., and Gryna, Frank M., 1993, *Quality Planning and Analysis, Third Edition*, Mc Graw-Hill, Inc., United State of America.

Kadarisman, Astri Martiarini, 2007, *Model Optimisasi Untuk Lot Produksi Pada Sistem Produksi Yang Tidak Sempurna Dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*, Jurnal Online, Jurusan Teknik Industri, ITENAS, Bandung.

Perdana, Adelia Septy, 2008, *Model Optimisasi Ukuran Lot Produksi Yang Mempertimbangkan Inspeksi Sampling Dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*, Jurnal Online, Jurusan Teknik Industri, ITENAS, Bandung.

Tersine, R. J., 1994, *Principles of Inventory and Materials Management*, 4th Edition, Prentice Hall International Inc., New Jersey

Walpole, Ronald E and Myers, Raymond H., 1995, *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, 4th Edition, ITB, Bandung, hal 130-149.