

Model Optimisasi *Lot* Produksi pada Sistem Produksi yang Mengalami Deteriorasi pada Pemeriksaan Sensus dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*

ANISA RENGAYANTI, HENDRO PRASSETIYO, ARIE DESRIANTY

Jurusan Teknik Industri
Institut Teknologi Nasional (Itenas) Bandung

Email: anisareng@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini membahas mengenai proses produksi yang tidak terkontrol sehingga menghasilkan produk dengan kualitas di bawah standar. Kondisi tersebut dapat terjadi karena adanya kesalahan pemeriksaan oleh operator dan juga adanya mesin yang terdeteriorasi. Setelah proses pemeriksaan, produk yang baik akan langsung dikirim sedangkan produk nonconforming akan dilakukan proses rework. Untuk produk yang langsung dikirim, ada kemungkinan merupakan produk nonconforming karena kesalahan pemeriksaan operator, produk tersebut akan dikembalikan ke perusahaan dan digantikan dengan yang baru. Pada penelitian ini dilakukan pengembangan model optimisasi lot produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi pada pemeriksaan sensus dengan kriteria minimisasi total ongkos yang terdiri atas ongkos set-up, produksi, pengendalian kualitas internal dan eksternal, serta penalti.

Kata Kunci: *deteriorasi, rework, complain konsumen, lot produksi*

ABSTRACT

This research discuss concerning the uncontrolled production so as to produce products with the qualities of substandard. That condition can occur because of an error inspection by the operator and by deterioration of the machine. After inspection process, good products will be sent directly while nonconforming products will be on rework process. For products shipped directly, there is a possibility of nonconforming product due to error checking by the operator, the products will be returned to the company and was replaced with a new one. In this research, the development of optimization models of production's lot that experienced a deterioration on census inspection with total costs minimization

*Makalah ini merupakan ringkasan dari Tugas Akhir yang disusun oleh penulis pertama dengan bimbingan penulis kedua dan ketiga. Makalah ini merupakan draft awal dan akan disempurnakan oleh para penulis untuk disajikan pada seminar nasional dan/atau jurnal nasional.

criteria consisting of the set-up, production, internal and external quality control, and penalty costs.

Keywords: *deterioration, rework, customer complaints, production lot*

1. PENDAHULUAN

1.1 Pengantar

Perkembangan teknologi yang semakin cepat mempengaruhi persaingan industri secara keseluruhan. Hal ini membuat pelaku industri harus mempertahankan permintaan konsumen dan menjaga kualitas produk tetap baik, salah satunya dengan menentukan ukuran *lot* produksi. Penentuan ukuran pemesanan yang optimal dapat menggunakan metode EPQ tetapi pada dasarnya formulasi EPQ selalu diasumsikan bahwa dalam setiap sistem produksi tidak pernah mengalami kegagalan dan akan menghasilkan produk baik.

Model Ben-Daya & Rahim (2003) menentukan ukuran *lot* produksi pada sistem yang tidak sempurna mempertimbangkan bahwa kondisi produksi tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi menjadi tidak sempurna. Model ini juga mempertimbangkan kesalahan pemeriksaan yaitu menerima produk yang gagal (*defective item*) dan menolak produk yang baik (*good item*).

Model Kadarisman (2007) merupakan penggabungan model EPQ dengan Ben-daya & Rahim (2003). Karakteristik sistem produksi yang tidak sempurna akibat adanya kesalahan pada saat pemeriksaan dengan keputusan penentuan ukuran *lot* produksi berdasarkan Ben-daya & Rahim (2003), sedangkan penentuan variabel yang diperlukan dalam model optimasi diperoleh dengan pendekatan model EPQ.

Pemeriksaan produk yang dilakukan dengan cara sampling memiliki banyak keuntungan dari segi waktu maupun biaya. Namun pada kenyataannya banyak produk yang pemeriksaannya harus dilakukan secara menyeluruh (*sensus*) dilihat dari tingkat *safety* dan untuk produk yang memiliki bentuk yang kompleks dan mewah, ukuran yang besar, diproduksi secara tidak massal, dan merupakan produk yang mahal, misalnya pada komponen mobil atau pesawat. Permasalahan pada proses produksi yang tidak sempurna yaitu produk yang dihasilkan tidak menjamin akan menghasilkan produk yang berkualitas baik. Selain dari adanya kesalahan pemeriksaan oleh operator, terdapat mesin/peralatan yang mengalami deteriorasi.

Irawan (2013) telah melakukan penelitian dengan mempertimbangkan bahwa sistem produksi tidak sempurna tidak hanya dipengaruhi oleh kesalahan pada saat pemeriksaan namun pada kondisi mesin/peralatan yang mengalami deteriorasi. Penelitian ini mengasumsikan produk hasil *rework* selalu baik dan langsung dikirim tetapi pemeriksaan yang dilakukan secara *sensus* dapat menyebabkan kesalahan mengidentifikasi produk baik maupun produk yang cacat. Hal ini membuat produk yang diasumsikan baik oleh operator yang langsung dikirim ke konsumen, bisa saja merupakan produk cacat. Bila hal ini terjadi tentunya akan ada komplain dari konsumen dan akan mengurangi kepercayaan konsumen kepada perusahaan.

1.2 Identifikasi Masalah

Berdasarkan adanya sistem produksi yang tidak sempurna akibat adanya kesalahan dalam suatu pemeriksaan dan adanya mesin/peralatan yang mengalami deteriorasi, dengan

mempertimbangkan inspeksi sensus dan bila ternyata produk yang dikirim ke konsumen merupakan produk cacat karena kesalahan pemeriksaan maka terdapat kondisi, produk akan dikembalikan kepada perusahaan dan produk tersebut akan digantikan dengan yang baru maka akan dibuat suatu model optimasi penentuan ukuran *lot* produksi. Penelitian ini akan menghasilkan biaya-biaya pada saat produksi maupun pemeriksaan yang akan dipengaruhi oleh variabel biaya ongkos *setup*, ongkos produksi, ongkos penalti, ongkos pengendalian kualitas internal dan ongkos pengendalian kualitas eksternal. Model ini dibuat berdasarkan model Irawan (2013) dan adanya variabel-variabel biaya pengendalian kualitas internal maupun eksternal pada penelitian dari Indrapriyatna (2007). Model ini juga mempertimbangkan faktor deteriorasi untuk menentukan ukuran *lot* produksi yang optimal untuk menghasilkan total ongkos yang minimum.

2. STUDI LITERATUR

2.1 Metode EOQ

Menurut Tersine (1994), metode EOQ digunakan untuk menentukan jumlah ekonomis pada setiap pemesanan sehingga dapat meminimasi biaya total persediaan. Perumusan total biaya persediaan dimulai dengan menghitung jumlah pemesanan ekonomis adalah:

$$\text{Total Ongkos} = \text{Ongkos Pembelian} + \text{Ongkos Pemesanan} + \text{Ongkos Simpan}$$

$$TC(Q) = PR + \frac{CR}{Q} + \frac{HQ}{2} \quad (1)$$

2.2 Teori Persediaan

Menurut Tersine (1994), persediaan merupakan barang atau bahan baku baik itu bahan setengah jadi ataupun bahan yang disimpan dalam gudang atau tempat penyimpanan barang tersebut sambil menunggu untuk diproses atau digunakan lebih lanjut.

2.3 Model Ben-Daya & Rahim (2003)

Tujuan dari model yang dikembangkan oleh Ben-daya & Rahim (2003) adalah untuk menentukan ukuran *lot* produksi pada persoalan *multistage* dengan proses produksi yang tidak sempurna dengan mempertimbangkan kesalahan pemeriksaan yaitu menerima produk yang gagal (*defective item*) dan menolak produk yang baik (*good item*).

2.4 Model Kadarisman et. al (2007)

Pada Kadarisman (2007) terdapat pemodelan terjadinya probabilitas kegagalan (Pg_j). Pg_j ini merupakan probabilitas terjadinya produk gagal yang terus meningkat disetiap *run* produksi karena dipengaruhi oleh laju kenaikan probabilitas produk gagal (λ) yang mungkin terjadi di setiap *run* produksi ke- j yang dinyatakan oleh rumus:

$$Pg_j = (1+\lambda)^j \times Pg_0 \quad (2)$$

Persamaan yang digunakan dalam Kadarisman (2007) untuk menentukan total ongkos adalah:

$$U + CP + \{f_{j+1}^*(S_{j+1})\}, \text{ dengan } \{f_{j+1}^*(S_{j+1})\} \text{ sebagai berikut:}$$

$$\{(\alpha)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1})] + (\beta)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1}) + (1-\alpha)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1})] + (1-\beta)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1})]\}$$

$$\quad (3)$$

2.5 Model Indrapriyatna et al (2007)

Biaya kegagalan eksternal terjadi jika *batch* yang telah dikirimkan ke konsumen ditolak oleh konsumen dan dikembalikan ke perusahaan. Biaya ini mencakup: (1) Biaya untuk melakukan

pemeriksaan 100%, (2) Biaya simpan *part* selama pemeriksaan 100%, (3) Biaya untuk mengerjakan ulang seluruh *part nonconforming*, (4) Biaya simpan *part* selama pengerjaan ulang, dan (5) Biaya komplain konsumen. Ekspektasi biaya total untuk kegagalan eksternal, EFC, adalah:

$$EFC = P_a(1 - P_a) \left(k_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + c_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + [k_2 + c_1 \sum_{i=1}^N Q_i] r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \right\} + k_3 N \right) \quad (4)$$

2.6 Model Irawan (2013)

Irawan (2013) telah melakukan penelitian model optimisasi *lot* produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimisasi total ongkos. Penelitian ini mempertimbangkan bahwa sistem produksi tidak sempurna tidak hanya dipengaruhi oleh kesalahan pada saat pemeriksaan namun pada kondisi mesin/peralatan yang mengalami deteriorasi.

Total Biaya = Biaya *Set-up* + Biaya Produksi + Biaya Kegagalan Internal

$$TC = [U] + [Q \cdot O] + [Q \times W_1 \times (K_1 + C)] + \left[\left[(1 - P_{c_j}) \theta_2 + (P_{c_j}) \theta_4 \right] \times Q \times W_1 \times (K_1 + C) \right] + \left\{ \left[(1 - P_{c_j}) \theta_2 \times Q \times W_2 \times (K_2 + C) \right] + \left[P_{c_j} \times \theta_4 \times W_3 \times (K_3 + C) \right] \right\} \quad (5)$$

2.7 Distribusi Binomial

Menurut Walpole (1995) distribusi binomial merupakan distribusi diskrit yang menaksir suatu probabilitas sukses (H) tepat akan terjadi x kali dalam percobaan Bernoulli. Jadi bila $P = \{X = x\}$ menyatakan probabilitas akan tepat terjadi x sukses (H) dari n percobaan Bernoulli yang identik dan saling bebas maka:

$$P\{X = x\} = b\{x; n; p\} = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

2.8 Pemograman Dinamis

Menurut Hillier (1990), pemograman dinamis adalah suatu teknik matematis yang biasanya digunakan untuk membuat suatu keputusan dari serangkaian keputusan yang saling berkaitan. Tujuan utama model ini ialah untuk mempermudah penyelesaian persoalan optimasi yang mempunyai karakteristik tertentu. Hubungan rekrusif akan selalu memiliki bentuk $f_n^*(s_n) = \max \{f_n(s_n, x_n)\}$ atau $f_n^*(s_n) = \min \{f_n(s_n, x_n)\}$ $f_n^*(s_n, x_n)$ akan dinyatakan dalam $s_n, x_n, f_{n+1}^*(s_{n+1})$ (7)

3. METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Melakukan pengumpulan referensi yang terkait dengan penelitian yang dilakukan.

2. Identifikasi Masalah

Permasalahan yang dihadapi adalah kemungkinan terjadinya kegagalan dalam proses produksi yang akan menghambat pemenuhan permintaan konsumen, kegagalan tersebut terjadi karena adanya deteriorasi terhadap fasilitas produksi dan kesalahan operator pada saat pemeriksaan yang mengakibatkan produk yang dihasilkan menjadi tidak sempurna. Terdapat variabel ongkos yang menjadi bahan pertimbangan seperti biaya produksi, biaya pemeriksaan, biaya *rework*, dan biaya pengendalian kualitas kegagalan internal maupun

Model Optimisasi *Lot* Produksi pada Sistem Produksi yang Mengalami Deteriorasi pada Pemeriksaan Sensus dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos

kegagalan eksternal. Biaya kegagalan eksternal terjadi jika *batch* yang telah dikirimkan ke konsumen, ditolak oleh konsumen dan dikembalikan ke perusahaan.

3. Pengembangan Model

Posisi model penelitian terhadap penelitian-penelitian lain yang berkaitan dapat dilihat pada Gambar 1.

	Keterangan	EPQ	Ben-Daya (2003)	Kadarisman (2007)	Irawan (2013)	Penelitian
	Pendekatan	Kontinu	Kontinu	Diskrit	Diskrit	Diskrit
Kriteria	Kondisi	Statis&Deterministik Proses selalu terkendali sehingga seluruh produk yang dihasilkan berkualitas baik dan fasilitas produksi tidak pernah gagal/rusak	Dinamis&Probabilistik Proses tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi tidak sempurna dan kegagalan mungkin terjadi	Dinamis&Probabilistik Proses tidak terkendali dengan penentuan lot produksi pada sistem tidak sempurna (<i>imperfect</i>) dengan kriteria minimisasi ongkos	Dinamis&Probabilistik Proses tidak terkendali dengan penentuan lot produksi pada sistem produksi mengalami deteriorasi dengan kriteria minimisasi ongkos	Dinamis&Probabilistik Proses tidak terkendali dengan penentuan lot produksi pada sistem produksi mengalami deteriorasi dengan kriteria minimisasi ongkos
	Komponen ongkos	ongkos <i>setup</i> , ongkos produksi, ongkos simpan	ongkos pengendalian kualitas, ongkos <i>setup</i> , ongkos pengadaan persediaan, ongkos pemeriksaan, ongkos perbaikan	ongkos <i>setup</i> , ongkos produksi, ongkos penalti	ongkos <i>setup</i> , ongkos penalti, ongkos produksi, ongkos pengendalian kualitas (biaya pemeriksaan sampel dan biaya kegagalan internal)	ongkos <i>setup</i> , ongkos penalti, ongkos produksi, ongkos pengendalian kualitas (biaya pemeriksaan sampel, biaya kegagalan internal, dan biaya kegagalan eksternal)
	Proses Inspeksi	Sampling	Sampling	Sampling	Sensus	Sensus
	Fungsi Tujuan	Minimasi Total Ongkos	Minimasi Ekspetasi Total Cost (ETC)	Minimasi Ekspetasi Total Cost (ETC)	Minimasi Ekspetasi Total Cost (ETC)	Minimasi Ekspetasi Total Cost (ETC)
	Variabel Keputusan	Produksi, <i>Reorder Point</i>	Ukuran Lot Produksi	Qj : Ukuran lot produksi pada setiap run produksi ke-j	Qj : Ukuran lot produksi pada setiap run produksi ke-j	Qj : Ukuran lot produksi pada setiap run produksi ke-j
	Metode Solusi	Analitik	<i>Transision Probability</i>	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik	Pemrograman Dinamis Probabilistik
	Status yang terungkap	Tidak ditemukan dalam literatur	Produk <i>non-conforming</i>	Jumlah demand yang belum terpenuhi	Jumlah demand yang belum terpenuhi	Jumlah demand yang belum terpenuhi

Gambar 1. Posisi Model Penelitian Terhadap Penelitian Lain yang Berkaitan

4. Pengujian Model dan Analisis

Pengujian model dilakukan untuk mengetahui jalan atau tidaknya model yang telah dikembangkan dengan merubah parameter-parameter ongkos yang bertujuan untuk melakukan analisis sensitivitas *variabel* keputusan terhadap perubahan parameter tersebut, pengujian ini dilakukan dengan menggunakan data hipotetik yang memperhatikan kriteria minimisasi total ongkos yang digunakan dalam menyelesaikan masalah pemenuhan permintaan dengan menentukan ukuran *lot* berdasarkan permintaan pada sistem produksi yang mengalami *deteriorasi*. Dengan melakukan pengujian terhadap model dapat diketahui sejauh mana solusi optimal yang dapat dihasilkan terhadap model tersebut, sehingga jika solusi optimal belum memenuhi fungsi tujuan yang diinginkan dapat dilakukan perbaikan terhadap model penelitiannya.

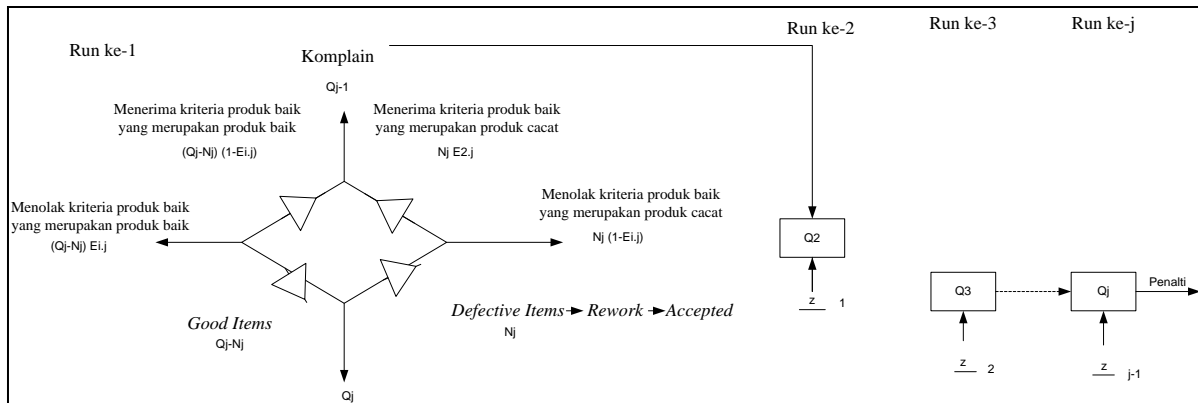
5. Kesimpulan dan Saran

Tahap kesimpulan dan saran merupakan tahap akhir dari penelitian, kesimpulan merupakan ringkasan dari keseluruhan penelitian dan memberikan hasil mengenai penelitian yang telah dilakukan dan memberikan saran untuk penelitian selanjutnya.

4. PENGEMBANGAN MODEL

4.1 Deskripsi Sistem

Sistem yang dibahas dalam penelitian ini adalah ukuran *lot* produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi yang terdiri dari *single stage* dengan kriteria minimisasi total ongkos. Produksi akan dilakukan dalam beberapa *run* produksi dengan kondisi konsumen memungkinkan untuk melakukan komplain dikarenakan kesalahan operator saat pemeriksaan yang akan mempengaruhi biaya kualitas eksternal. Sistem penelitian dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Sistem Penelitian

Pada Gambar 2 dijelaskan bahwa diperlukan beberapa kali *run* produksi untuk memenuhi permintaan konsumen. Seluruh produk yang dibuat akan mengalami proses inspeksi dengan pemeriksaan sensus yang akan dikenakan biaya simpan. Proses inspeksi ini akan menimbulkan beberapa kemungkinan terhadap kesalahan pemeriksaan oleh operator yaitu menerima kriteria produk baik yang merupakan produk baik, menerima kriteria produk baik yang merupakan produk cacat, menolak kriteria produk baik yang merupakan produk baik, dan menolak kriteria produk baik yang merupakan produk cacat. Untuk kondisi menolak kriteria produk baik yang merupakan produk cacat pada saat pemeriksaan, akan dilakukan proses *rework*.

Pada setiap *run* produksi, untuk kondisi menerima kriteria produk baik yang merupakan produk baik akan langsung dikirim ke konsumen dan kondisi menerima kriteria produk baik yang merupakan produk cacat yang telah dikirim kepada konsumen akan dikembalikan karena mendapat komplain dari konsumen. Bila terdapat komplain dari konsumen maka produk dikembalikan untuk diganti dengan yang baru, hal ini akan mempengaruhi run produksi selanjutnya. Jika pada *run* produksi pertama, permintaan masih belum terpenuhi maka dapat dilanjutkan pada *run* produksi kedua dan seterusnya hingga permintaan dapat terpenuhi, namun apabila dalam batas *run* produksi tertentu permintaan konsumen belum terpenuhi maka akan dikenakan biaya penalti.

4.2 Notasi

Pada Tabel 1 merupakan notasi-notasi yang digunakan dalam penelitian, sehingga memudahkan dalam pembacaan dan penyusunan model.

Tabel 1. Notasi Penelitian

D	: Demand (unit)	$1-Pc_j$: Probabilitas jumlah menerima kriteria produk baik (%)
Q	: Jumlah Produksi (unit)	Pg_j	: Probabilitas kegagalan produk yang mungkin terjadi (%)
U	: Ongkos <i>Set-up</i> (Rp/Setup)	i	: Laju kenaikan probabilitas gagal (%)
O_i	: Ongkos Produksi (Rp)	j	: <i>Run</i> produksi, ($j = 1, 2, 3, \dots, j$)
C	: Biaya Simpan/unit/satuan waktu (Rp/Unit/Waktu)	Q_j	: Ukuran <i>lot</i> produksi disetiap <i>run</i> ke- j
K_1	: Biaya Inspeksi/unit/satuan waktu (Rp/Unit/waktu)	S_j	: Jumlah produk yang harus dibuat di <i>run</i> ke- j (unit)
K_2	: Biaya <i>Rework</i> untuk menolak kriteria produk baik/unit/satuan waktu (Rp/Unit/Waktu)	θ_1	: Probabilitas kebenaran menerima kriteria produk baik yang merupakan produk baik di <i>run</i> ke- j
W_1	: Waktu Inspeksi/unit (waktu/unit)	θ_2	: Probabilitas kesalahan menerima kriteria produk baik yang merupakan produk cacat di <i>run</i> ke- j
W_2	: Waktu <i>Rework</i> untuk menolak kriteria produk baik/unit (Waktu/Unit)	θ_3	: Probabilitas kesalahan menolak kriteria produk baik yang merupakan produk baik di <i>run</i> ke- j
P_{nc}	: Probabilitas menolak kriteria produk baik (%)	θ_4	: Probabilitas kebenaran menolak kriteria produk baik yang merupakan produk cacat di <i>run</i> ke- j
Pc_j	: Probabilitas jumlah menolak kriteria produk baik (%)		

4.3 Pemodelan Probabilitas dengan Mempertimbangkan Biaya Kegagalan Internal

Proses pemeriksaan dilakukan dengan cara sensus yaitu pemeriksaan 100%, jika terdapat produk yang gagal maka akan dilakukan *rework* terhadap produk tersebut. Rumusan untuk menentukan biaya kegagalan internal (IFC) adalah:

$$\begin{aligned} \text{IFC} &= [Q \times W_1 \times K_1] + [Pc_j \times [(\theta_3 \times Q \times W_1 \times K_1) + (\theta_4 \times Q \times W_1 \times K_1)]] + \\ & [Pc_j \times (\theta_4 \times Q \times W_2 \times K_2)] + [Q \times W_1 \times C] + [Pc_j \times [(\theta_3 \times Q \times W_1 \times C) + (\theta_4 \times Q \times W_1 \times C)]] + \\ & [Pc_j \times (\theta_4 \times Q \times W_2 \times C)] \end{aligned} \quad (8)$$

Pendekatan model EPQ dan Ben-daya & Rahim (2003) untuk mendapatkan fungsi tujuan dari pemodelan ini adalah agar meminimisasi total pengeluaran biaya oleh perusahaan, dapat dinyatakan oleh rumus yaitu:

$$\begin{aligned} \text{Total Biaya} &= \text{Biaya } \textit{Set-up} + \text{Biaya Produksi} + \text{Biaya Kegagalan Internal} \\ [U] &+ [Q \times O_i] + [Q \times W_1 \times K_1] + [Pc_j \times [(\theta_3 \times Q \times W_1 \times K_1) + (\theta_4 \times Q \times W_1 \times K_1)]] + \\ & [Pc_j \times (\theta_4 \times Q \times W_2 \times K_2)] + [Q \times W_1 \times C] + [Pc_j \times [(\theta_3 \times Q \times W_1 \times C) + (\theta_4 \times Q \times W_1 \times C)]] + \\ & [Pc_j \times (\theta_4 \times Q \times W_2 \times C)] \end{aligned} \quad (9)$$

Pada proses pemeriksaan akan menghasilkan dua kejadian yaitu produk baik ($1-Pc_j$) dan produk gagal (Pc_j) dengan masing-masing kejadian menghasilkan dua kemungkinan sehingga didapatkan empat probabilitas, yaitu:

1. θ_1 , yaitu probabilitas kebenaran menerima kriteria produk baik yang merupakan produk baik. Jika pada level ke- j menunjukkan ini maka status untuk S_{j+1} ialah $D-Q$ dan probabilitas yang terjadi adalah:

$$P_{\theta_1} = (\theta_1)[(1 - Pc_{j0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] \quad (10)$$

2. θ_2 , yaitu probabilitas kesalahan menerima kriteria produk baik yang merupakan produk cacat. Jika pada level ke- j menunjukkan ini maka status untuk S_{j+1} ialah $(D-Q)^*$ dan probabilitas yang terjadi adalah:

$$P_{\theta_2} = (\theta_2)[(1 - Pc_{j0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] \quad (11)$$

3. θ_3 , yaitu probabilitas kesalahan menolak kriteria produk baik yang merupakan produk baik. Jika pada level ke- j menunjukkan ini maka status untuk S_{j+1} ialah $D-Q$ dan probabilitas yang terjadi adalah:

$$P_{\theta_3} = (\theta_3)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] \quad (12)$$

4. θ_4 , yaitu probabilitas kebenaran menolak kriteria produk baik yang merupakan produk cacat. Jika pada level ke- j menunjukkan ini maka status untuk S_{j+1} ialah $(D-Q)^*$ dan probabilitas yang terjadi adalah:

$$P_{\theta_4} = (\theta_4)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] \quad (13)$$

4.4 Formulasi Pemograman Dinamis Probabilistik

Pada penelitian ini dibutuhkan suatu model optimisasi dalam penentuan ukuran *lot* produksi yang dapat memberikan solusi optimal terhadap pengaruh adanya sistem yang mengalami deteriorasi. Kebutuhan untuk mendapatkan solusi optimal dapat dipenuhi melalui model pemograman dinamis dengan parameter sebagai berikut:

Tahap:

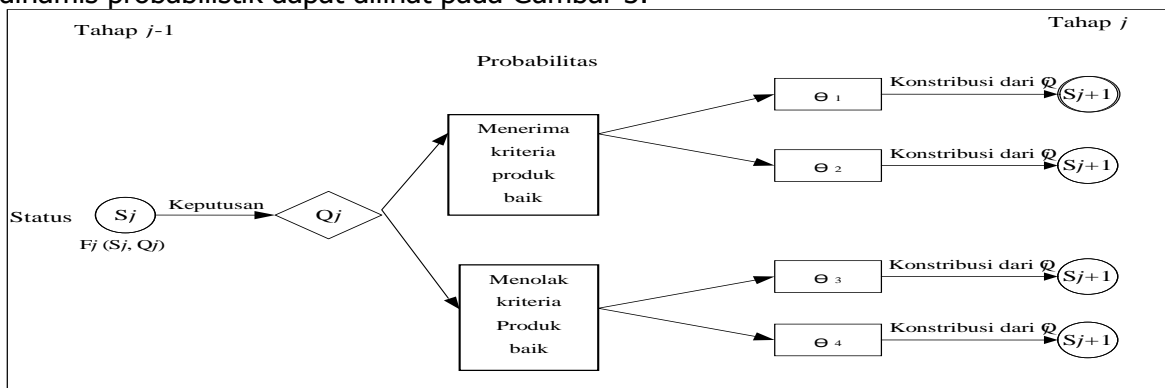
Keputusan ukuran *run* produksi dilakukan disetiap *run* produksi ke-*j*, $j = 1, 2, 3, \dots, j$.

Variabel keputusan:

Ukuran *lot* pada setiap *run* produksi Q_j pada sistem produksi yang terdeteriorasi dengan kriteria minimisasi total ongkos.

Status:

Jumlah permintaan yang harus selalu dipenuhi. Pemilihan keputusan di tahap ke- *j* didasarkan atas ukuran performansi biaya yang terjadi dan juga dipengaruhi oleh kondisi produk yaitu menerima maupun menolak kriteria produk baik selama dilakukan proses inspeksi dan terjadi kesalahan di *run* ke-*j*. Struktur yang menunjukkan hubungan antara status di tahap *j*, keputusan Q_j dan status di tahap *j*-1 dengan menggunakan pemrograman dinamis probabilistik dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Struktur Probabilitas dan Status

Formulasi dengan fungsi tujuan untuk meminimumkan jumlah ekspektasi kontribusi setiap tahap dapat dilihat pada persamaan berikut:

$$\{(\theta_1)[(1 - P_{Cj0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{CjK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (\theta_2)[(1 - P_{Cj0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{CjK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})]\} \tag{14}$$

Persamaan rekursif dari beberapa peluang dengan minimasi $f_j(S_j, Q_j)$ berdasarkan status (S_j) untuk memperoleh total biaya terkecil didapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & [U] + [Q \cdot O_i] + [Q \times W_1 \times K_1] + [P_{Cj} \times [(\theta_3 \times Q \times W_1 \times K_1) + (\theta_4 \times Q \times W_1 \times K_1)]] + \\ & [P_{Cj} \times (\theta_4 \times Q \times W_2 \times K_2)] + [Q \times W_1 \times C] + [P_{Cj} \times [(\theta_3 \times Q \times W_1 \times C) + (\theta_4 \times Q \times W_1 \times C)]] \\ & + [P_{Cj} \times (\theta_4 \times Q \times W_2 \times C)] + \\ & \{(\theta_1)[(1 - P_{Cj0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{CjK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (\theta_2)[(1 - P_{Cj0}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + \\ & P_{CjK} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})]\} \end{aligned} \tag{15}$$

5. PENGUJIAN MODEL DAN ANALISIS

5.1 Pengujian Model

Pengujian model untuk Set Data 1 dilakukan dengan jumlah permintaan lebih besar dari kapasitas produksi sebesar 2 unit dengan nilai parameter seperti pada pada Tabel 2.

Model Optimisasi *Lot* Produksi pada Sistem Produksi yang Mengalami Deteriorasi pada Pemeriksaan Sensus dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos

Tabel 2. Nilai Parameter Set Data 1

Notasi	Nilai	Notasi	Nilai
D	5	i	20%
U	10	Pg_1	18%
O_i	5	Pg_2	21,6%
C	0,5	Pg_3	25,9%
K_1	1	θ_1	0,6
W_1	1	θ_2	0,4
K_2	3	θ_3	0,7
W_2	2	θ_4	0,3
P_{nc}	15%		

Langkah 1

Tahap ini dilakukan pengujian model terhadap set data 1 untuk mendapatkan ukuran *lot* produksi yang harus dipenuhi setiap *run* produksi ke-*j* dalam jumlah permintaan tertentu dengan mempertimbangkan probabilitas cacat yang terjadi. Jumlah permintaan dan produksi di setiap *run* produksi ke-*j* dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Jumlah Permintaan dan Produksi Set Data 1

j	Sj	Qj	Tr non komplain	Tr komplain
1	5	0	5	5
		1	4	5
		2	3	4,5
2	3	0	3	3
		1	2	3
		2	1	2,3
	4	0	4	4
		1	3	4
		2	2	3,4
	5	0	5	5
		1	4	5
		2	3	4,5
3	1	0	1	1
		1	0	1
		2	0	1
	2	0	2	2
		1	1	2
		2	0	1,2
	3	0	3	3
		1	2	3
		2	1	2,3
	4	0	4	4
		1	3	4
		2	2	3,4
	5	0	5	5
		1	4	5
		2	3	4,5

Langkah 2

Tahap ini model probabilitas kegagalan pada setiap *run* produksi direpresentasikan oleh P_{gj} yang terus meningkatkan disetiap *run* produksi, hal ini dipengaruhi oleh laju kenaikan probabilitas produk gagal (i) dan probabilitas produk gagal di *run* produksi ke- $j = 0$ (P_{nc}). Probabilitas produk cacat yang diperoleh dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Probabilitas Produk Cacat

j	Produksi (Qj)	Jumlah Produk Cacat	Probabilitas Ditemukannya Produk Cacat (Pcj)	Probabilitas Ditemukannya Produk Baik (1-Pcj)
1	1	0	0,820	0,180
		1	0,180	0,820
	2	0	0,672	0,328
		1	0,295	0,705
2	1	2	0,032	0,968
		0	0,784	0,216
		1	0,216	0,784
	2	0	0,615	0,385
		1	0,339	0,661
		2	0,047	0,953
3	1	0	0,741	0,259
		1	0,259	0,741
	2	0	0,549	0,451
		1	0,384	0,616
		2	0,067	0,933

Langkah 3

Berdasarkan hasil dari Tahap 1 dan Tahap 2 dapat dilanjutkan pada perhitungan dengan menggunakan model optimisasi *lot* produksi. Berikut contoh perhitungan dengan pemograman dinamis probabilistik berdasarkan *backward procedure* dengan jumlah permintaan = 5 dan kapasitas produksi = 2. Pada tahap ini dalam menentukan variabel keputusan berdasarkan model optimisasi terdiri dari beberapa keputusan sebagai berikut:

- Pada *run* produksi ke-4 apabila permintaan untuk (S_j) = 1 maka permintaan tidak dapat terpenuhi karena melebihi kapasitas produksi. Keputusan yang diperoleh dengan $S_4 > 0$ adalah terjadi penalti.
- Pada langkah ini hasil perhitungan untuk masing-masing permintaan dan jumlah produksi akan digunakan sebagai dasar penentu (f_3^*) dengan kriteria minimasi total ongkos, sehingga diperoleh ukuran *lot* produksi yang optimal (Q_3^*).

Hasil perhitungan set data 1 untuk setiap *run* produksi dapat dilihat pada Tabel 5 sampai 8.

Tabel 5. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada Run Produksi Ke-4

S4	f4*
0	0
1	100
2	200
3	300
4	400
5	500

Tabel 6. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada Run Produksi Ke-3

S3	Q3	0	1	2	f3*	Q3*
1		100,00	50,03	45,11	45,11	2,00
2		200,00	95,21	119,74	95,21	1,00
3		300,00	140,40	208,76	140,40	1,00
4		400,00	185,58	297,79	185,58	1,00
5		500,00	230,76	386,81	230,76	1,00

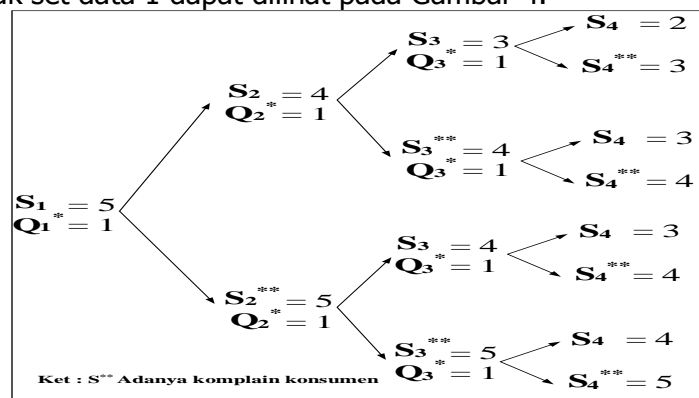
Tabel 7. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada Run Produksi Ke-2

S2	Q2	0	1	2	f2*	Q2*
3		140,40	76,78	109,64	76,78	1,00
4		185,58	96,81	150,40	96,81	1,00
5		230,76	116,83	190,03	116,83	1,00

Tabel 8. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada Run Produksi Ke-1

S1	Q1	0	1	2	f1*	Q1*
5		116,83	69,20	108,09	69,20	1,00

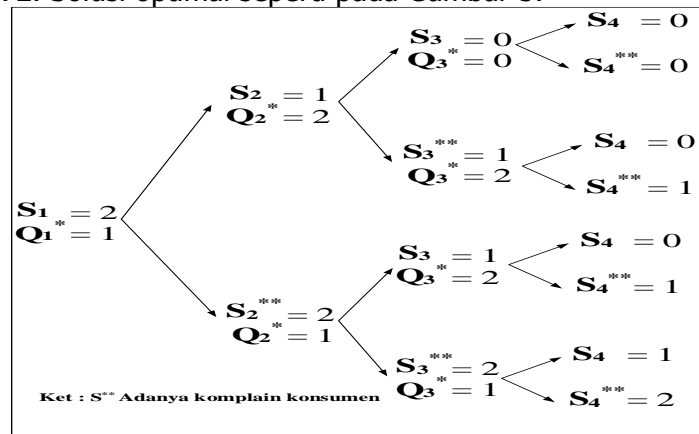
Solusi optimal untuk set data 1 dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Solusi Optimal Set Data 1

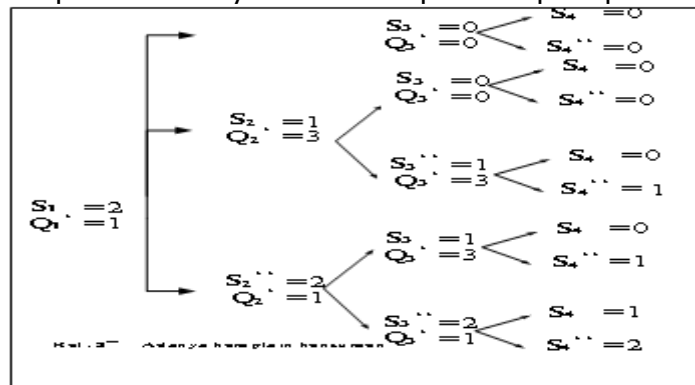
Model Optimisasi *Lot* Produksi pada Sistem Produksi yang Mengalami Deteriorasi pada Pemeriksaan Sensus dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos

Set data 2 digunakan untuk menguji model, dengan jumlah permintaan sama dengan jumlah kapasitas sebanyak 2. Solusi optimal seperti pada Gambar 5.



Gambar 5. Solusi Optimal Set Data 2

Set data 3 digunakan untuk menguji model, dengan jumlah permintaan lebih kecil dibandingkan jumlah kapasitas sebanyak 3. Solusi optimal seperti pada Gambar 6.



Gambar 6. Solusi Optimal Set data 3

Set data 4 memiliki perubahan parameter pada ongkos *setup*, produksi, penalti dan *rework* yang dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9. Total Ongkos Set Data 4

	D > K	Total Ongkos	Keterangan
Set Data 4.1	Ongkos <i>Setup</i> = 13	74,09	Parameter berubah yang awalnya Ongkos <i>Setup</i> awal = 10 terjadi kenaikan menjadi 13
	Ongkos Produksi = 5		
	Ongkos Penalti = 100		
	Ongkos <i>Rework</i> = 3		
Set Data 4.2	Ongkos <i>Setup</i> = 10	71,65	Parameter berubah yang awalnya Ongkos Produksi awal = 5 terjadi kenaikan menjadi 6,5
	Ongkos Produksi = 6,5		
	Ongkos Penalti = 100		
	Ongkos <i>Rework</i> = 3		
Set Data 4.3	Ongkos <i>Setup</i> = 10	71,82	Parameter berubah yang awalnya Ongkos Pinalti awal = 100 terjadi kenaikan menjadi 130
	Ongkos Produksi = 5		
	Ongkos Penalti = 130		
	Ongkos <i>Rework</i> = 3		
Set Data 4.4	Ongkos <i>Setup</i> = 10	69,38	Parameter berubah yang awalnya Ongkos <i>Rework</i> awal = 3 terjadi kenaikan menjadi 3,9
	Ongkos Produksi = 5		
	Ongkos Penalti = 100		
	Ongkos <i>Rework</i> = 3,9		
Set Data 4.5	Ongkos <i>Setup</i> = 13	79,33	Parameter semua ongkos berubah dan mengalami kenaikan sebesar 30%
	Ongkos Produksi = 6,5		
	Ongkos Penalti = 130		
	Ongkos <i>Rework</i> = 3,9		

5.2 Analisis

Berdasarkan hasil pengujian model optimisasi *lot* produksi perubahan parameter *demand* yang dilakukan untuk set data 1 dengan D>K dan untuk set data 2 dengan D=K dapat

memberikan pengaruh terhadap solusi optimal yang dihasilkan terhadap total ongkos dan permintaan dapat terpenuhi bergantung dari adanya komplain dari konsumen. Untuk *demand* lebih besar dari kapasitas total produksi, ongkos yang dikeluarkan lebih besar dibandingkan dengan *demand* sama dengan maupun lebih kecil daripada kapasitas, dan dapat dikatakan bahwa perubahan parameter *demand* sensitif terhadap solusi optimal.

6. KESIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh dari hasil penelitian adalah:

1. Berdasarkan set data 1, 2 dan 3, perubahan parameter *demand* sensitif terhadap solusi optimal yang dihasilkan sedangkan berdasarkan set data 4.1 - 4.5, perubahan parameter ongkos tidak terlalu berpengaruh atau tidak sensitif terhadap solusi optimal yang dihasilkan.
2. Ketika *demand* lebih besar dari kapasitas, akan sangat memungkinkan terjadinya penalti karena permintaan yang tidak terpenuhi, sedangkan untuk *demand* sama dengan maupun lebih kecil dari kapasitas, permintaan dapat terpenuhi bergantung pada komplain dari konsumen.
3. Perubahan parameter yang memiliki biaya terbesar terdapat pada ongkos *setup* lalu ongkos penalti kemudian ongkos produksi dan ongkos *rework*, dari hasil set data tersebut dapat disimpulkan bahwa produk tidak diproduksi secara massal, memiliki bentuk yang kompleks dan mewah, dan merupakan produk yang mahal, seperti pada komponen pesawat, sehingga parameter perubahan ongkos *set-up* dan penalti memiliki total ongkos terbesar.

REFERENSI

Ben-Daya, M. & Rahim, 2003, *Optimal Lot-sizing, Quality Improvement and Inspection Errors for Multistage Production System*, *International Journal of Production Research*, vol. 41, p. 65-79.

Hillier, Frederick S. and Liberman, Gerald J., 1990, *Pengantar Riset Operasi*, Edisi ke-5, Erlangga, Jakarta, hal 395-426.

Indrapriyatna et. al, 2008, *Model Penjadwalan Batch Pada Satu Mesin Yang Mengalami Deteriorasi Untuk Minimasi Total Ongkos Biaya Simpan Dan Biaya Kualitas*. Jurnal Online, Jurusan Teknik Industri, Universitas Kristen Petra, 2008.

Kadarisman, Astri Martiarini, 2007, *Model Optimisasi Untuk Lot Produksi Pada Sistem Produksi Yang Tidak Sempurna Dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos, Tugas Akhir*, Jurusan Teknik Industri, ITENAS, Bandung.

Irawan, Dicky, 2013, *Model Optimisasi Lot Produksi pada Sistem Produksi yang Mengalami Deteriorasi dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos, Tugas Akhir*, Jurusan Teknik Industri, ITENAS, Bandung.

Tersine, R. J., 1994, *Principles of Inventory and Materials Management*, 4th Edition, Prentice Hall International Inc., New Jersey, p. 3-15 and 90-136.

Walpole, Ronald E and Myers, Raymond H., 1995, *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, 4th Edition, ITB, Bandung, hal 130-149.