

Model Optimisasi *Lot* Produksi Pada Sistem Produksi yang Mengalami *Deteriorasi* dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*

DICKY IRAWAN, HENDRO PRASSETIYO, ARIE DESRIANTY

Jurusan Teknik Teknik Industri, Institut Teknologi Nasional (Itenas), Bandung

Email: dikirawan@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini membahas mengenai proses produksi yang tidak terkendali sehingga menghasilkan produk dengan kualitas di bawah standar. Kondisi yang tidak sempurna dapat terjadi karena adanya kesalahan inspeksi/pemeriksaan. Selain itu, sistem produksi yang tidak sempurna juga dapat diakibatkan oleh deteriorasi mesin. Deteriorasi terjadi akibat penurunan kinerja mesin sehingga menghasilkan produk nonconforming. Semua produk yang dihasilkan akan mengalami proses inspeksi. Produk yang baik akan langsung diterima sedangkan produk nonconforming akan dilakukan proses rework, dan setelah proses rework produk tersebut akan diterima. Pada penelitian ini dilakukan pengembangan model optimisasi lot produksi dengan mempertimbangkan sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimisasi total ongkos yang terdiri atas ongkos set-up, ongkos produksi, ongkos pengendalian kualitas, dan biaya penalti.

Kata Kunci: *deteriorasi, rework, produk nonconforming, lot produksi*

ABSTRACT

This research discuss concerning the production of uncontrolled so as to produce products with the qualities of substandard. Condition of being imperfect can occur because of error inspeksi/examination. Besides, production system imperfect can also caused by deterioration machine. All products resulting will undergo a inspection. Products well be were accepted by the product nonconforming will be done process rework, and after the rework that product will be welcome. On the study is done development model optimisasi lot production with consider production system which had deterioration with criteria minimisasi total cost consisting of fare set-up, the production costs, fare control quality, and charge penalty.

Keywords: *deterioration, rework, nonconforming product, production lot*

* Makalah ini merupakan ringkasan yang disusun oleh penulis pertama dengan pembimbingan penulis kedua dan ketiga. Makalah ini merupakan draft awal dan akan disempurnakan oleh para penulis untuk disajikan pada seminar nasional dan/atau jurnal nasional.

1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Pada saat ini perkembangan teknologi semakin berkembang, begitu juga dengan persaingan perindustrian yang semakin ketat, hal ini membuat pelaku industri harus memenuhi semua permintaan dari konsumen. Salah satu caranya adalah dengan meningkatkan kualitas produk, sehingga produk yang berada ditangan konsumen berkualitas baik. Namun permasalahannya produk yang dihasilkan tidak selalu dalam keadaan baik, dikarenakan adanya kesalahan pemeriksaan oleh operator dan adanya mesin/peralatan yang mengalami deteriorasi.

Mesin/peralatan yang mengalami deteriorasi terjadi karena adanya penurunan kinerja yang disebabkan oleh pemakaian mesin/peralatan yang terus menerus dilakukan atau umur pakai mesin/peralatan tersebut sudah habis masa pemakaiannya. Sistem produksi yang mengalami deteriorasi akan bergeser dari status *in control* menjadi *out of control*. Untuk mengubah pergeseran tersebut menjadi *in control* kembali dapat dilakukan dengan aktivitas restorasi (Tseng, 1996).

Penelitian mengenai sistem produksi yang tidak sempurna telah dilakukan diantaranya oleh Rosenblatt & Lee (1986) yang menyatakan bahwa dalam suatu produksi yang tidak sempurna akan menghasilkan produk yang baik dan produk cacat. Ben-Daya & Rahim (2003) mempertimbangkan bahwa kondisi produksi yang tidak sempurna akan menghasilkan *input* tidak sesuai dengan *output* yang diharapkan. Hal ini dikarenakan adanya kesalahan dalam inspeksi yaitu terjadi probabilitas untuk menerima produk cacat dan probabilitas menolak produk yang baik.

Menurut model Kadarisman (2007), terdapat probabilitas kegagalan yang dapat mempengaruhi jumlah produk baik yang dihasilkan setiap *run* produksi. Hal ini dikarenakan pada setiap *run* produksi dapat terjadi kesalahan inspeksi, kesalahan inspeksi tersebut yaitu kesalahan dalam menerima produk gagal dan menolak produk baik. Penelitian mengenai adanya sistem produksi yang mengalami deteriorasi telah dilakukan Indrapriyatna *et al* (2007) yang menyatakan suatu model yang mengalami kondisi mesin terdeteriorasi akan menyebabkan produk menjadi *nonconforming*. Semakin besar peluang produk produk *nonconforming* yang dihasilkan maka akan semakin besar total biaya yang dikeluarkan perusahaan untuk melakukan pengendalian kualitas produk.

Kadarisman (2007) membahas kesalahan inspeksi dapat mempengaruhi jumlah produk yang akan diproduksi. Namun pada kenyataannya kegagalan produk tidak hanya disebabkan oleh kesalahan inspeksi saja tetapi terdapat faktor lain yang mempengaruhi, diantaranya adalah kondisi mesin/peralatan yang mengalami deteriorasi. Oleh karena itu pada penelitian ini akan membahas pengaruh adanya kesalahan inspeksi terhadap produk dan adanya deteriorasi mesin/peralatan yang digunakan, sehingga akan mempengaruhi total ongkos yang dikeluarkan.

1.2 Identifikasi Masalah

Sistem yang dibahas dalam penelitian ini adalah sistem produksi yang mengalami deteriorasi yang terdiri dari *singlestage* dengan kriteria minimisasi total ongkos. Produksi akan dilakukan dalam beberapa *run* produksi untuk pemenuhan permintaan dengan dilakukan inspeksi untuk setiap produk yang dihasilkan. Produk gagal akan di *rework* dan produk baik akan langsung diterima. Apabila diakhir *run* produksi tidak dapat memenuhi permintaan maka akan dikenakan biaya penalti.

Model ini dilakukan dengan tiga tahap penyelesaian. Tahap pertama melakukan penentuan permintaan di setiap *run* produksi dengan mempertimbangkan kemungkinan terjadinya kegagalan produk. Tahap kedua menentukan probabilitas kegagalan produk dengan pendekatan model Astria (2006), kegagalan jumlah produk ditentukan dengan menggunakan distribusi binomial. Tahap ketiga menentukan variabel keputusan dengan mempertimbangkan sistem produksi yang mengalami deteriorasi berdasarkan prosedur pemrograman dinamis. Berdasarkan pemodelan tersebut, *output* yang tidak sesuai akan mempengaruhi pemenuhan permintaan. Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini yaitu menghasilkan model optimisasi *lot* produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimasi total ongkos.

2. STUDI LITERATUR

Menurut Tersine, R.J (1994) metode EOQ digunakan untuk menentukan jumlah ekonomis pada setiap pemesanan sehingga dapat meminimasi biaya total persediaan. Perumusan total biaya persediaan dimulai dengan menghitung jumlah pemesanan ekonomis adalah:

Total Ongkos= Ongkos Pembelian + Ongkos Pemesanan + Ongkos Simpan

$$TC(Q) = PR + \frac{CR}{Q} + \frac{HQ}{2} \quad (1)$$

Pemodelan yang digunakan berdasarkan Kadarisman (2007) adalah pemodelan terjadinya probabilitas kegagalan (Pg_j). Pg_j ini merupakan probabilitas terjadinya produk gagal yang terus meningkat disetiap *run* produksikarena dipengaruhi oleh laju kenaikan probabilitas produk gagal (i) yang mungkin terjadi di setiap *run* produksi ke- j dinyatakan oleh rumus:

$$Pg_j = (1+i)^j \times Pg_0 \quad (2)$$

Persamaan yang digunakan dalam Kadarisman (2007) untuk menentukan total ongkos adalah:

$U + CP + \{f_{j+1}^*(S_{j+1})\}$, dengan $\{f_{j+1}^*(S_{j+1})\}$ sebagai berikut:

$$\{(\alpha)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1})] + (\beta)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1})] + (1-\alpha)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1})] + (1-\beta)[Pc_{j0} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1}) + \dots + Pc_{jK} \cdot f_{j+1}^*(S_{j+1})]\} \quad (3)$$

Biaya kegagalan internal muncul ketika sejumlah *part* tidak memenuhi spesifikasi kualitas sebelum *batch* ditransfer ke konsumen, yang mencakup: (1) biaya untuk memeriksa seluruh *part* yang belum diperiksa (sebab *part* itu tidak termasuk sampel), (2) biaya simpan *part* selamapemeriksaan 100%, (3) biaya untuk mengerjakan ulang seluruh *part nonconforming*, dan (4) biaya simpan *part* selama pengerjaan ulang. Ekspektasi biaya total untuk kegagalan internal (IFC) dikembangkan oleh Indrapiyatna *et al* (2007) dengan rumusan sebagai berikut:

$$IFC = (1 - P_a) \left((1 - u)k_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]} + (1 - u)c_1 w \sum_{i=1}^N Q_{[i]}^2 + [k_2 + c_1 \sum_{i=1}^N Q_i] r \left\{ \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) N + \left(\frac{1}{t} \right) \theta_2 \sum_{i=1}^N z_i - \frac{1}{\lambda t} (\theta_1 - \theta_2) \sum_{i=1}^N e^{-(\lambda z_i)} \right\} \right) \quad (4)$$

Distribusi binomial merupakan distribusi diskrit yang menaksir suatu probabilitas sukses (H) tepat akan terjadi x kali dalam percobaan BERNOULLI. Jadi bila $P = \{X = x\}$ menyatakan probabilitas akan tepat terjadi x sukses (H) dari n percobaan Bernoulli yang identik dan saling bebas maka:

$$P\{X = x\} = b\{x; n; p\} = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Pemrograman dinamis adalah suatu teknik matematis yang biasanya digunakan untuk membuat suatu keputusan dari serangkaian keputusan yang saling berkaitan. Tujuan utama model ini ialah untuk mempermudah penyelesaian persoalan optimasi yang mempunyai karakteristik tertentu. Hubungan rekursif akan selalu memiliki bentuk.

$$f_n^*(s_n) = \max \{f_n(s_n, x_n)\} \quad \text{atau} \quad f_n^*(s_n) = \min \{f_n(s_n, x_n)\} \quad (6)$$

$f_n^*(s_n, x_n)$ akan dinyatakan dalam $s_n, x_n, f_{n+1}^*(s_{n+1})$

3. METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

1. Studi Literatur
Melakukan pengumpulan-pengumpulan referensi yang terkait dengan penelitian yang dilakukan.
2. Identifikasi Masalah
Penentuan permasalahan dalam penelitian dijadikan sebagai landasan dalam membuat keputusan formulasi model. Permasalahan yang dihadapi adalah kemungkinan terjadinya kegagalan dalam proses produksi akan menghambat pemenuhan permintaan terhadap konsumen, kegagalan tersebut terjadi karena adanya deteriorasi terhadap fasilitas produksi yang mengakibatkan produk menjadi tidak sempurna kondisi tersebut merupakan kondisi yang tidak sesuai dengan tujuan penelitian.
3. Pengembangan Model
Model konseptual karakteristik sistem berdasarkan apa yang dikembangkan oleh Ben-Daya & Rahim (2003), melakukan formulasi model yang diinginkan dengan mengubah model konseptual menjadi model sistematis yang lebih sederhana. Perbandingan model penelitian terhadap penelitian-penelitian lain yang berkaitan dapat dilihat pada Gambar 1.

| Keterangan | Model | | | |
|-----------------------|---|---|--|--|
| | EPQ | Ben-Daya (2005) | Kadaraman (2007) | Penelitian |
| Fondasi | Kontinu | Kontinu | Diskrit | Diskrit |
| | Statis & Deterministik | Dinamis & Probabilistik | Dinamis & Probabilistik | Dinamis & Probabilistik |
| Kondisi | Proses selalu terkendali, sehingga seluruh produk yang dihasilkan berkualitas baik dan fasilitas produksi tidak pernah gagal/rusak. | Proses tidak selalu terkendali, sehingga sistem produksi tidak sempurna dan kegagalan mungkin terjadi. | Proses tidak terkendali dengan penentuan lot produksi pada sistem tidak sempurna (<i>imperfect</i>) dengan kriteria minimisasi ongkos. | Proses tidak terkendali dengan penentuan lot produksi pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi dengan kriteria minimisasi total ongkos. |
| Komponen Ongkos | Ongkos $Set\ up$, Ongkos Produksi, Ongkos Simpan | Ongkos pengendalian kualitas, Ongkos $Set\ up$, Ongkos Pengadaman persediaan, Ongkos Perbaikan, Ongkos Perbaikan | Ongkos $Set\ up$, Ongkos Penalti dan Ongkos Produksi | Ongkos $Set\ up$, Ongkos Penalti, Ongkos Produksi dan Ongkos Pengendalian Kualitas |
| Penunjang | Sampling | Sampling | Sampling | Sensus |
| Fungsi Tujuan | Minimasi Total Ongkos | Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC) | Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC) | Minimasi Ekspektasi Total Cost (ETC) |
| Variabel Keputusan | ?Produksi, Reorder Point | Ukuran lot Produksi | Q_j : Ukuran lot produksi pada setiap run produksi ke- j | Q_j : Ukuran lot produksi pada setiap run produksi ke- j |
| Metode Solusi | Analitik | Transition Probability | Pemrograman Dinamis Probabilistik | Pemrograman Dinamis Probabilistik |
| Status yang terungkap | Tidak ditemukan dalam literatur | Produk <i>non-conforming</i> | Jumlah <i>demand</i> yang belum terpenuhi | Jumlah <i>demand</i> yang belum terpenuhi |

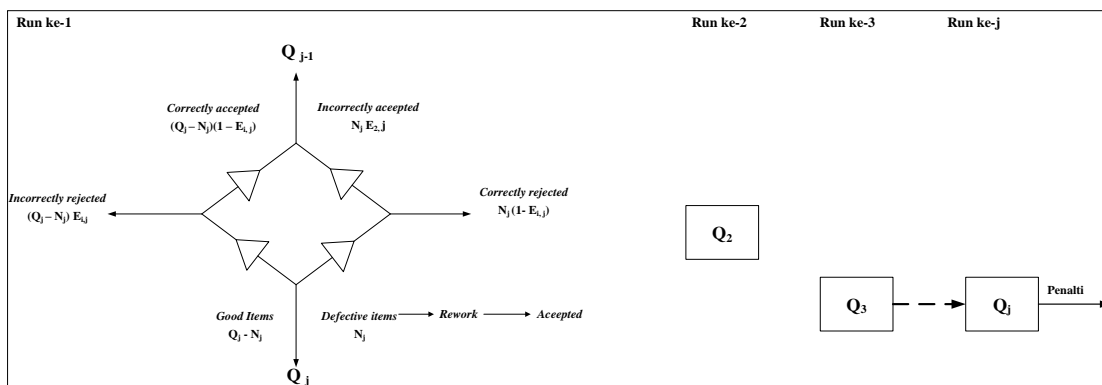
Gambar 1. Perbandingan Model Penelitian terhadap Penelitian Lain yang Berkaitan

4. Pengujian Model dan Analisis
Tahap ini dilakukan pengujian terhadap cara kerja model dalam penentuan lot produksi dalam menyelesaikan masalah pemenuhan permintaan dengan menentukan ukuran lot berdasarkan permintaan pada sistem produksi yang mengalami deteriorasi. Pengujian model dengan menggunakan data hipotetik dengan memperhatikan kriteria minimisasi total ongkos yang digunakan dengan maksud untuk mengetahui model yang dikembangkan dapat berfungsi atau tidak.
5. Kesimpulan dan Saran
Kesimpulan merupakan hasil rekapitulasi berdasarkan analisis dari implementasi model serta disertai saran untuk melakukan pengembangan penelitian selanjutnya.

4. PENGEMBANGAN MODEL

4.1 Deskripsi Sistem

Sistem yang dibahas dalam penelitian ini adalah sistem yang terdiri dari *single stage*. Sistem ini memproduksi dalam satu *level* tanpa memperhatikan *input*, *work in proses*, dan *output*, karena sistem ini langsung menghasilkan produk akhir untuk memenuhi *demand* dengan melalui pemeriksaan terlebih dahulu. Sistem penelitian dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Sistem Penelitian

Untuk memenuhi permintaan konsumen maka perusahaan harus melakukan proses produksi, namun mesin yang ada mempunyai kapasitas yang terbatas sehingga diperlukan beberapa kali *run* produksi untuk memenuhi permintaan konsumen. Jika pada *run* produksi pertama permintaan masih belum terpenuhi maka dapat dilanjutkan pada *run* produksi kedua dan seterusnya hingga permintaan dapat terpenuhi. Namun apabila dalam batas *run* produksi permintaan konsumen belum terpenuhi juga maka akan dikenakan biaya penalti. Proses produksi yang dilakukan secara terus menerus akan mengakibatkan deteriorasi dimana hal tersebut akan menghasilkan produk *conforming* ataupun *nonconforming*. Proses inspeksi dilakukan terhadap seluruh produk yang dibuat dan proses inspeksi ini akan menimbulkan biaya simpan selama proses inspeksi berjalan.

Proses inspeksi akan menimbulkan beberapa kemungkinan terhadap kesalahan pemeriksaan yaitu kemungkinan produk baik dapat diterima, kemungkinan produk baik ditolak, kemungkinan produk jelek dapat diterima ataupun kemungkinan produk jelek ditolak. Untuk produk yang ditolak akan dilakukan proses *rework* dimana proses tersebut akan menimbulkan biaya simpan selama proses *rework* berjalan dan produk yang mengalami proses *rework* akan diterima sebagai produk baik. Notasi-notasi yang digunakan dalam penelitian dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Notasi Dalam Penelitian

| | | | |
|-----|---|-------|---|
| D | : Demand (unit) | Pcj | : Probabilitas Jumlah Produk Gagal (%) |
| Q | : Jumlah Produksi (unit) | 1-Pcj | : Probabilitas Jumlah Produk Baik (%) |
| U | : Ungkos Set-up (Rp/Setup) | Pgj | : Probabilitas kegagalan produk yang mungkin terjadi (%) |
| Oi | : Ongkos Produksi (Rp) | i | : Laju kenaikan probabilitas gagal (%) |
| K1 | : Biaya Inspeksi/unit/satuan waktu (Rp/Unit/waktu) | j | : Run produksi, (j = 1,2,3,...,j) |
| W1 | : Waktu Inspeksi/unit (waktu/unit) | Qj | : Ukuran lot produksi disetiap run ke-j |
| C | : Biaya Simpan/unit/satuan waktu (Rp/Unit/Waktu) | Sj | : Jumlah produk yang harus dibuat di run ke-j (unit) |
| K2 | : Biaya Rework untuk produk baik/unit/satuan waktu (Rp/Unit/Waktu) | θ 1 | : Probabilitas kebenaran menerima conforming item di run ke-j |
| K3 | : Biaya Rework untuk produk jelek/unit/satuan waktu (Rp/Unit/Waktu) | θ 2 | : Probabilitas kesalahan menolak conforming item di run ke-j |
| W2 | : Waktu Rework untuk produk baik /unit (Waktu/Unit) | θ 3 | : Probabilitas kebenaran menolak non-conforming item di run ke-j |
| W3 | : Waktu Rework untuk produk jelek /unit (Waktu/Unit) | θ 4 | : Probabilitas kesalahan menerima non-conforming item di run ke-j |
| Pnc | : Probabilitas Produk Gagal (%) | | |

4.2 Pemodelan Probabilitas dengan Mempertimbangkan Biaya Kegagalan Internal

Proses pemeriksaan dilakukan dengan cara sensus yaitu pemeriksaan 100%, jika terdapat produk yang gagal maka akan dilakukan *rework* terhadap produk tersebut. Rumusan untuk menentukan biaya kegagalan internal (IFC) adalah:

$IFC =$

$$[QxW_1x(K_1 + C)] + \left[\left[(1 - P_{C_j})\theta_2 + (P_{C_j})\theta_4 \right] xQxW_1x(K_1 + C) \right] + \left\{ \left[(1 - P_{C_j})\theta_2 xQxW_2x(K_2 + C) \right] + \left[P_{C_j}x\theta_4 xW_3x(K_3 + C) \right] \right\} \quad (7)$$

Dengan melakukan pendekatan model terhadap EPQ dan Bend-Daya & Rahim (2003) untuk mendapatkan fungsi tujuan dari pemodelan ini adalah agar meminimisasi total pengeluaran biaya oleh perusahaan, dapat dinyatakan oleh rumus yaitu:

Total Biaya = Biaya *Set-up* + Biaya Produksi + Biaya Kegagalan Internal

$$TC = [U] + [Q.O] + [QxW_1x(K_1 + C)] + \left[\left[(1 - P_{C_j})\theta_2 + (P_{C_j})\theta_4 \right] xQxW_1x(K_1 + C) \right] + \left\{ \left[(1 - P_{C_j})\theta_2 xQxW_2x(K_2 + C) \right] + \left[P_{C_j}x\theta_4 xW_3x(K_3 + C) \right] \right\} \quad (8)$$

Pada proses pemeriksaan akan menghasilkan dua kejadian yaitu produk baik ($1 - P_{C_j}$) dan produk gagal (P_{C_j}) dengan masing-masing kejadian menghasilkan dua kemungkinan sehingga didapatkan empat probabilitas, yaitu:

1. θ_1 , yaitu Probabilitas kebenaran menerima *conformingitem*.
 $P_{\theta_1} = (\theta_1) \left[(1 - P_{C_{j0}}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) \right] \quad (9)$

2. θ_2 , yaitu probabilitas kesalahan menolak *conformingitem*.
 $P_{\theta_2} = (\theta_2) \left[(1 - P_{C_{j0}}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) \right] \quad (10)$

3. θ_3 , yaitu probabilitas kebenaran menolak *non-conformingitem*.
 $P_{\theta_3} = (\theta_3) \left[P_{C_{j0}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) \right] \quad (11)$

4. θ_4 , yaitu probabilitas kesalahan menerima *non-conformingitem*.
 $P_{\theta_4} = (\theta_4) \left[P_{C_{j0}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{C_{jK}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) \right] \quad (12)$

4.3 Formulasi Pemograman Dinamis Probabilistik

Pada penelitian ini dibutuhkan suatu model optimisasi dalam penentuan ukuran *lot* produksi yang dapat memberikan solusi optimal terhadap pengaruh adanya sistem yang mengalami *deteriorasi*. Kebutuhan untuk mendapatkan solusi optimal dapat dipenuhi melalui model pemograman dinamis dengan parameter sebagai berikut:

Variabel keputusan:

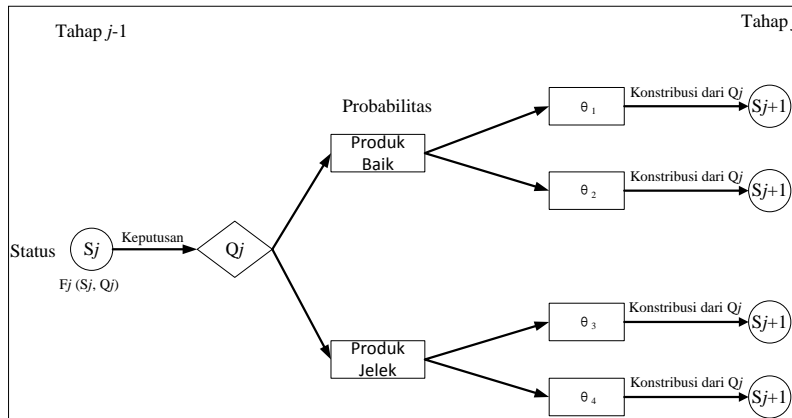
Variabel keputusan dari penelitian ini adalah ukuran *lot* pada setiap *run* produksi Q_j pada sistem produksi yang *deteriorasi* dengan kriteria minimasi total ongkos.

Tahap:

Keputusan ukuran *run* produksi dilakukan disetiap *run* produksi ke- j , $j = 1, 2, 3, \dots, j$. Maka pengambil keputusan di *run* produksi ke- j dinyatakan sebagai tahap pengambilan keputusan.

Status:

Pada penelitian ini status S_j yang terjadi adalah jumlah permintaan yang harus selalu dipenuhi. Pemilihan keputusan di tahap ke- j didasarkan atas ukuran performansi biaya yang terjadi dan juga dipengaruhi oleh kondisi produk yaitu produk baik ataupun produk gagal selama dilakukan proses inspeksi dan terjadi kesalahan di *run* ke- j . Struktur yang menunjukkan hubungan antara status di tahap j , keputusan Q_j dan status di tahap $j-1$ dengan menggunakan pemograman dinamis probabilistik dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Struktur Probabilitas dan Status

Formulasi dengan fungsi tujuan untuk meminimumkan jumlah ekspektasi kontribusi setiap tahap dapat dilihat pada persamaan berikut:

$$f_j(S_j, X_j) =$$

$$\text{Min } \sum_{i=1}^j [U] + [Q \cdot O_i] + [Q \times W_1 \times (K_1 + C)] + \left[[(1 - P_{c_j})\theta_2 + (P_{c_j})\theta_4] \times Q \times W_1 \times (K_1 + C) \right] + \left\{ [(1 - P_{c_j})\theta_2 \times Q \times W_2 \times (K_2 + C)] + [P_{c_j} \times \theta_4 \times W_3 \times (K_3 + C)] \right\} + f_{j+1} * (S_{j+1}) \quad (13)$$

Persamaan rekursif dari beberapa peluang dengan minimasi $f_j(S_j, Q_j)$ berdasarkan status (S_j) untuk memperoleh total biaya terkecil didapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & [U] + [Q \cdot O_i] + [Q \times W_1 \times (K_1 + C)] + \left[[(1 - P_{c_j})\theta_2 + (P_{c_j})\theta_4] \times Q \times W_1 \times (K_1 + C) \right] + \\ & \left\{ [(1 - P_{c_j})\theta_2 \times Q \times W_2 \times (K_2 + C)] + [P_{c_j} \times \theta_4 \times W_3 \times (K_3 + C)] \right\} + \{ (\theta_2)[(1 - P_{c_{j0}}) \cdot f_{j+1} * \\ & (S_{j+1}) + \dots + P_{c_{jK}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (\theta_4)[P_{c_{j0}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{c_{jK}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + \\ & (\theta_1)[(1 - P_{c_{j0}}) \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{c_{jK}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1})] + (\theta_3)[P_{c_{j0}} \cdot f_{j+1} * (S_{j+1}) + \dots + P_{c_{jK}} \cdot f_{j+1} * \\ & (S_{j+1})] \} \quad (14) \end{aligned}$$

5. PENGUJIAN MODEL DAN ANALISIS

5.1 Pengujian Model

Pengujian model untuk Set Data 1 dilakukan dengan jumlah permintaan lebih besar dari kapasitas produksi dengan nilai parameter seperti pada pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Parameter Set Data 1

| Notasi | Keterangan |
|-----------------|------------|
| U | 10 |
| Q1 | 1 |
| Q2 | 2 |
| O _i | 5 |
| θ ₁ | 0.6 |
| θ ₂ | 0.4 |
| θ ₃ | 0.7 |
| θ ₄ | 0.3 |
| D | 5 |
| C | 0.5 |
| K ₁ | 1 |
| K ₂ | 3 |
| K ₃ | 3 |
| W ₁ | 1 |
| W ₃ | 2 |
| W ₂ | 2 |
| i | 20% |
| P _{nc} | 15% |
| P _{g1} | 18% |
| P _{g2} | 21.60% |
| P _{g3} | 25.90% |

Langkah 1

Tahap ini dilakukan pengujian model terhadap set data 1 untuk mendapatkan ukuran lot produksi yang harus dipenuhi setiap run produksi ke-j dalam jumlah permintaan tertentu

Model Optimisasi *Lot* Produksi Pada Sistem Produksi yang Mengalami *Deteriorasi* dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos

dengan mempertimbangkan probabilitas cacat yang terjadi. Jumlah permintaan dan produksi di setiap *run* produksi ke-*j* dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Jumlah Permintaan dan Produksi Set Data 1

| <i>j</i> | <i>S_j</i> | <i>Q_j</i> | <i>S_{j+1}</i> |
|----------|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1 | 5 | 0 | 5 |
| | | 1 | 4,5 |
| | | 2 | 3,4,5 |
| 2 | 3 | 0 | 3 |
| | | 1 | 2,3 |
| | | 2 | 1,2,3 |
| | 4 | 0 | 4 |
| | | 1 | 3,4 |
| | | 2 | 2,3,4 |
| | 5 | 0 | 5 |
| | | 1 | 4,5 |
| | | 2 | 3,4,5 |
| 3 | 1 | 0 | 1 |
| | | 1 | 0,1 |
| | | 2 | 0,1,2 |
| | 2 | 0 | 2 |
| | | 1 | 1,2 |
| | | 2 | 0,1,2 |
| | 3 | 0 | 3 |
| | | 1 | 2,3 |
| | | 2 | 1,2,3 |
| | 4 | 0 | 4 |
| | | 1 | 3,4 |
| | | 2 | 2,3,4 |
| | 5 | 0 | 5 |
| | | 1 | 4,5 |
| | | 2 | 3,4,5 |

Langkah 2

Tahap ini model probabilitas kegagalan pada setiap *run* produksi direpresentasikan oleh P_{gj} yang terus meningkatkan disetiap *run* produksi, hal ini dipengaruhi oleh laju kenaikan probabilitas produk gagal (*λ*) dan probabilitas produk gagal di *run* produksi ke-*j* = 0 (P_{nc}). Probabilitas produk cacat yang diperoleh dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Probabilitas Produk Cacat

| <i>j</i> | Produksi | Produk Cacat | Probabilitas Gagal (<i>P_g</i>) | Probabilitas Baik (1- <i>P_g</i>) |
|----------|----------|--------------|---|--|
| 1 | Q=1 | 0 | 0.180 | 0.820 |
| | | 1 | 0.180 | 0.820 |
| | Q=2 | 0 | 0.032 | 0.968 |
| | | 1 | 0.295 | 0.705 |
| 2 | Q=1 | 0 | 0.216 | 0.784 |
| | | 1 | 0.216 | 0.784 |
| | | 2 | 0.047 | 0.953 |
| | Q=2 | 0 | 0.339 | 0.661 |
| | | 1 | 0.615 | 0.385 |
| | | 2 | 0.259 | 0.741 |
| 3 | Q=1 | 0 | 0.259 | 0.741 |
| | | 1 | 0.067 | 0.933 |
| | Q=2 | 0 | 0.384 | 0.616 |
| | | 1 | 0.549 | 0.451 |
| | | 2 | | |

Langkah 3

Berdasarkan hasil dari Tahap 1 dan Tahap 2 dapat dilanjutkan pada perhitungan dengan menggunakan model optimisasi *lot* produksi. Berikut contoh perhitungan model optimisasi ukuran *lot* produksi dengan pemograman dinamis probabilistik berdasarkan *backward procedure* dengan jumlah permintaan = 5 dan kapasitas produksi = 2. Pada tahap ini dalam menentukan variabel keputusan berdasarkan model optimisasi terdiri dari beberapa keputusan sebagai berikut:

- Pada *run* produksi ke-4 apabila permintaan untuk (S_j) = 1 maka permintaan tidak dapat terpenuhi karena melebihi kapasitas produksi. Keputusan yang diperoleh dengan $S_4 > 0$ adalah terjadi penalti.
- Pada langkah ini hasil perhitungan untuk masing-masing permintaan dan jumlah produksi akan digunakan sebagai dasar penentu (f_3^*) dengan kriteria minimasi total ongkos, sehingga diperoleh ukuran *lot* produksi yang optimal (Q_3^*).

Hasil perhitungan set data 1 untuk setiap *run* produksi dapat dilihat pada Tabel 5 sampai 8.

Tabel 5. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada *Run* Produksi Ke-4

| S4 | f4* |
|----|-----|
| 0 | 0 |
| 1 | 100 |
| 2 | 200 |
| 3 | 300 |
| 4 | 400 |
| 5 | 500 |

Tabel 6. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada *Run* Produksi Ke-3

| S3 \ Q3 | 0 | 1 | 2 | f3* | Q3* |
|---------|-----|-----|------|-----|-----|
| 1 | 100 | 74 | 157 | 74 | 1 |
| 2 | 200 | 174 | 405 | 174 | 1 |
| 3 | 300 | 274 | 653 | 274 | 1 |
| 4 | 400 | 374 | 902 | 374 | 1 |
| 5 | 500 | 474 | 1150 | 474 | 1 |

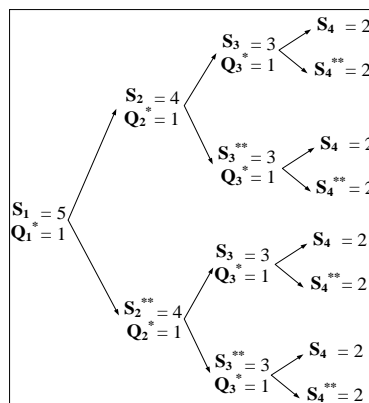
Tabel 7. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada *Run* Produksi Ke-2

| S2 \ Q2 | 0 | 1 | 2 | f2* | Q2* |
|---------|-----|-----|------|-----|-----|
| 3 | 274 | 249 | 527 | 249 | 1 |
| 4 | 374 | 349 | 783 | 349 | 1 |
| 5 | 474 | 449 | 1040 | 449 | 1 |

Tabel 8. Hasil Perhitungan Set Data 1 pada *Run* Produksi Ke-1

| S1 \ Q1 | 0 | 1 | 2 | f1* | Q1* |
|---------|-----|-----|------|-----|-----|
| 5 | 449 | 425 | 1001 | 425 | 1 |

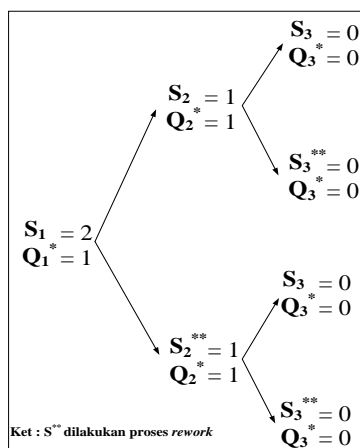
Solusi optimal untuk set data 1 dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Solusi Optimal Set Data 1

Set Data 2 digunakan untuk menguji model dengan jumlah permintaan sama dengan jumlah kapasitas. Solusi optimal seperti pada Gambar 5.

Model Optimisasi *Lot* Produksi Pada Sistem Produksi yang Mengalami *Deteriorasi* dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos



Gambar 5. Solusi Optimal Set Data 2

5.2 Analisis

Berdasarkan hasil pengujian model optimisasi *lot* produksi perubahan parameter *demand* yang dilakukan untuk set data 1 dengan $D > K$ dan untuk set data 2 dengan $D = K$ dapat memberikan pengaruh terhadap solusi optimal yang dihasilkan terhadap total ongkos. Untuk *demand* lebih besar dari kapasitas total ongkos yang dikeluarkan lebih besar dibandingkan dengan *demand* sama dengan kapasitas, dan dapat dikatakan bahwa perubahan parameter *demand sensitive* terhadap solusi optimal.

6. KESIMPULAN

Pemodelan ini dilakukan dengan tiga tahap untuk melihat apakah model optimisasi tersebut dapat mencapai tujuan yang diinginkan yaitu minimisasi total ongkos, dimana tahap pertama penentuan jumlah permintaan dengan mempertimbangkan probabilitas cacat yang terjadi, tahap kedua menentukan probabilitas gagal dengan menggunakan distribusi binomial, tahap ketiga menentukan solusi optimal dengan menggunakan pemrograman dinamis probabilitas. Untuk penelitian selanjutnya komponen biaya pengendalian kualitas dapat ditambahkan dengan memperhatikan biaya kegagalan eksternal dan proses pemeriksaan dilakukan dengan cara sampel.

REFERENSI

Astria, Vera. (2006). *Model Optimisasi Penentuan Ukuran Lot Produksi Dengan Mempertimbangkan Probabilitas Kegagalan Produksi*, Tugas Akhir, Jurusan Teknik dan Manajemen Industri, ITENAS, Bandung.

Ben-Daya, M & Rahim. (2003). *Optimal Lot-sizing, Quality Improvement and Inspection Errors for Multistage Production System*. International Journal of Production Research, p. 41, p.65-79.

Indrapriyatna *et al.* (2008). *Model Penjadwalan Batch Pada Satu Mesin yang Mengalami Deteriorasi Untuk Minimasi Total Ongkos Biaya Simpan dan Biaya Kualitas*. Jurnal Online, Jurusan Teknik Industri, Universitas Kristen Petra.

Kadarisman Astri Martiarini. (2007). *Model Optimisasi Untuk Lot Produksi Pada Sistem Produksi yang Tidak Sempurna dengan Kriteria Minimisasi Total Ongkos*, Tugas Akhir, Jurusan Teknik Industri, ITENAS, Bandung.

Rosenblatt, M.J., and Lee, H.L., (1986). *Economic Production Improvement and Setup Cost Reduction Processes, IIE Transactions*, p. 18, p. 48-55.

Tersine, R. J. (1994). *Principles of Inventory and Materials Management*, 4th Edition, Prentice Hall International Inc., New Jersey.

Tseng, S.T. (1996). *Optimal Preventive Maintenance Policy for Deterioration Production System, IIE Transaction*, Vol. 28, p. 687-694.