

## Enhanced Angular Resolution in OEST Radar Using Hybrid APES-MUSIC Algorithm

### Article History:

Received

28 Jul 2025

Revised

21 September 2025

Accepted

23 October 2025

**RANDI RAMDANSYAH, SYAHFRIZAL TAHCFULLOH, DWI RISKY, NUR SAFARIA, ILHAM TIARA PUTRA**

Program Studi Teknik Elektro, Universitas Borneo Tarakan, Indonesia  
Email: syahfrizal@borneo.ac.id

### ABSTRAK

Resolusi sudut yang terbatas pada radar Overlapped Equal Subarray Transmit (OEST) menjadi kendala kritis dalam mendeteksi target yang berdekatan secara angular, terutama di lingkungan multi-target kompleks. Makalah ini mengevaluasi metode super-resolution MUSIC dan APES untuk meningkatkan resolusi sudut pada sistem radar OEST dengan 6 subarray. Analisis kinerja dilakukan pada skenario target tunggal dan majemuk, meliputi satu target pada  $0,5^\circ$ , dua target pada  $[0^\circ, 0,5^\circ]$ , dan tiga target pada  $[-0,5^\circ, 0^\circ, 0,5^\circ]$ . Kedua metode menunjukkan deteksi sudut yang akurat untuk kondisi target tunggal dan ganda. Namun, pada skenario tiga target, APES menunjukkan presisi estimasi DoA dan RCS yang unggul (hingga 0,999) meskipun memiliki level sidelobe yang lebih tinggi, sedangkan MUSIC menunjukkan akurasi yang menurun tetapi sidelobe yang lebih rendah. Pendekatan kombinasi APES-MUSIC menghasilkan puncak spektral yang tajam, respons amplitudo mendekati satuan, dan interferensi sidelobe yang diminimalkan.

**Kata kunci:** deteksi multi-target, hybrid-APES-MUSIC, penekanan-sidelobe, resolusi-sudut

### ABSTRACT

Limited angular resolution in Overlapped Equal Subarray Transmit (OEST) radar poses a critical challenge in detecting closely spaced targets, especially in complex multi-target environments. This paper evaluates super-resolution MUSIC and APES methods to enhance angular resolution in OEST radar systems with 6 subarrays. Performance analysis was conducted under single and multiple target scenarios: one target at  $0.5^\circ$ , two targets at  $[0^\circ, 0.5^\circ]$ , and three targets at  $[-0.5^\circ, 0^\circ, 0.5^\circ]$ . Both methods achieved accurate angle detection for single and dual-target cases. However, in triple-target scenarios, APES demonstrated superior DoA and RCS estimation precision (up to 0.999) despite higher sidelobes, whereas MUSIC showed reduced RCS accuracy but lower sidelobes. The hybrid APES-MUSIC approach produced sharp spectral peaks, near-unity amplitude response, and minimized sidelobe interference, significantly improving estimation accuracy and stability for this radar in dense multi-target settings.

**Keywords:** multi-target detection, APES-MUSIC-hybrid, sidelobe-suppression, angular-resolution

This is an open access article under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license



## 1. PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi radar berbasis array memberikan kontribusi besar dalam peningkatan akurasi deteksi serta estimasi arah kedatangan sinyal (*Direction of Arrival/DoA*). Salah satu konfigurasi yang menunjukkan potensi tinggi adalah radar dengan struktur *Overlapped Equal Subarray Transmit* (OEST). Arsitektur ini memberikan fleksibilitas lebih dalam pengendalian berkas (*beamforming*) sekaligus meningkatkan kemampuan penerimaan sinyal jika dibandingkan dengan sistem radar tradisional (**Dhiyani, dkk, 2022**) (**Li & Stoica, 2009**). Meskipun demikian, salah satu keterbatasan utama dari pendekatan OEST adalah resolusi spasial yang rendah, yang berdampak signifikan pada kinerjanya ketika menghadapi skenario dengan keberadaan beberapa target dalam jarak sudut yang sangat rapat, khususnya dalam kondisi lingkungan operasional yang dinamis dan kompleks.

Teknik estimasi super-resolusi seperti *Multiple Signal Classification* (MUSIC) telah secara luas diterapkan dalam sistem radar berbasis array berkat kemampuannya dalam membedakan sumber sinyal yang memiliki perbedaan sudut sangat kecil (**Schmidt, 1986**). Akan tetapi, pendekatan MUSIC memiliki kelemahan signifikan terkait ketelitian dalam menentukan amplitudo sinyal serta tingkat kepekaan yang tinggi terhadap gangguan derau (**Bresler & Macovski, 1986**). Sebagai solusi alternatif, metode *Amplitude and Phase Estimation* (APES) menawarkan kinerja yang lebih baik dalam pengukuran parameter sinyal, khususnya ketika beroperasi dalam kondisi rasio sinyal terhadap derau (*signal-to-noise ratio*/SNR) yang rendah (**Gu & Zhang, 2019**). Studi mutakhir mengungkapkan bahwa penerapan pendekatan hibrida yang menggabungkan kelebihan APES dan MUSIC mampu menciptakan keseimbangan optimal antara ketajaman resolusi spasial dan presisi estimasi parameter (**Ahmad, dkk, 2024**) (**Wang, dkk, 2022**).

Berbagai penelitian internasional telah menunjukkan bahwa penerapan algoritma hibrida mampu meningkatkan kinerja sistem radar berbasis array. Penelitian yang dilakukan oleh (**Liu, dkk, 2019**), (**Ma, dkk, 2022**), dan (**Shi, dkk, 2011**) berhasil mencatat peningkatan ketelitian estimasi hingga 15% melalui implementasi pendekatan hibrida pada radar MIMO. Di sisi lain, studi oleh (**Han, dkk, 2022**) yang fokus pada konfigurasi array *sparse* mencatat penurunan level *sidelobe* sebesar 8 dB menggunakan teknik kombinasi APES-MUSIC. Temuan terbaru dari (**Kim, dkk, 2025**) dan (**Suratman, dkk, 2019**) juga mengungkapkan adanya potensi peningkatan resolusi angular hingga 20% melalui proses optimasi algoritma super-resolusi pada sistem radar array.

Namun demikian, terdapat celah penelitian yang signifikan: penerapan teknik hibrida APES-MUSIC pada struktur khusus radar OEST dengan enam subarray belum dieksplorasi secara memadai, terutama dalam konteks skenario multi-target rapat yang menuntut akurasi tinggi sekaligus penekanan *sidelobe* yang efektif. Secara spesifik, belum ada studi yang secara komprehensif mengkaji bagaimana integrasi APES dan MUSIC dapat mengatasi keterbatasan masing-masing metode yaitu akurasi amplitudo rendah pada MUSIC dan *sidelobe* tinggi pada APES dalam konfigurasi OEST. Permasalahan utama yang dirumuskan dalam penelitian ini adalah: (1) Bagaimana kinerja masing-masing metode super-resolusi (MUSIC dan APES) dalam mendeteksi target berdekatan pada radar OEST dengan enam subarray? dan (2) Apakah pendekatan hibrida APES-MUSIC mampu memberikan peningkatan signifikan dalam akurasi estimasi DoA dan RCS sekaligus menekan interferensi *sidelobe* dalam skenario multi-target kompleks? Keterbatasan ini mendorong peneliti untuk melakukan kajian mendalam guna merancang dan mengevaluasi pendekatan hibrida yang mampu memberikan peningkatan signifikan terhadap resolusi angular pada radar OEST. Untuk mengisi celah tersebut, penelitian ini merancang dan mengevaluasi kinerja algoritma hibrida dalam berbagai skenario simulasi

yang merepresentasikan kondisi operasional nyata. Ruang lingkup kajian mencakup variasi jumlah target (1 hingga 3), rentang sudut kedatangan yang sangat rapat ( $\pm 0,5^\circ$ ), serta kondisi noise dengan SNR mulai dari 0 dB hingga 20 dB. Parameter sistem radar seperti jumlah elemen antena, jarak antar elemen, dan jumlah subarray juga ditetapkan secara eksplisit untuk memastikan reproduktibilitas dan validitas evaluasi. Spesifikasi lengkap skenario simulasi disajikan dalam Tabel 1.

**Tabel 1. Spesifikasi Skenario Simulasi dan Parameter Sistem**

Parameter	Nilai/Rentang	Satuan
Jumlah target	1, 2, 3	—
Sudut kedatangan (DoA)	$[0,5^\circ]$ , $[0^\circ, 0,5^\circ]$ , $[-0,5^\circ, 0^\circ, 0,5^\circ]$	derajat ( $^\circ$ )
Radar Cross Section (RCS)	1 (untuk semua target)	—
Jumlah elemen Tx ( $U$ )	8	elemen
Jumlah elemen Rx ( $V$ )	8	elemen
Jumlah subarray transmisi ( $M$ )	6	subarray
Jarak antar elemen antena ( $d$ )	$\lambda/2$	panjang gelombang
Frekuensi pembawa ( $f$ )	10 GHz	Hz
Kecepatan cahaya ( $c$ )	$3 \times 10^8$	m/s
Rasio SNR	0 – 20	dB
Jenis noise	Additive White Gaussian Noise (AWGN)	—
Jumlah snapshot	512	—

Dengan spesifikasi ini, penelitian ini bertujuan memberikan evaluasi yang transparan, terukur, dan dapat direplikasi terhadap kemampuan resolusi angular radar OEST berbasis algoritma hibrida APES-MUSIC dalam menghadapi tantangan deteksi multi-target rapat di lingkungan ber-noise.

## 2. METODA

### 2.1 Radar OEST

Penelitian ini bertujuan meningkatkan kemampuan resolusi angular radar OEST melalui pengembangan algoritma hibrida yang memanfaatkan sinergi antara metode APES dan MUSIC. Tahapan awal melibatkan akuisisi sinyal radar dalam ranah spasial dengan memanfaatkan konfigurasi antena array. Selanjutnya, data yang diperoleh diproses untuk menghasilkan matriks kovarians yang kemudian diolah dalam proses estimasi spektrum spasial.

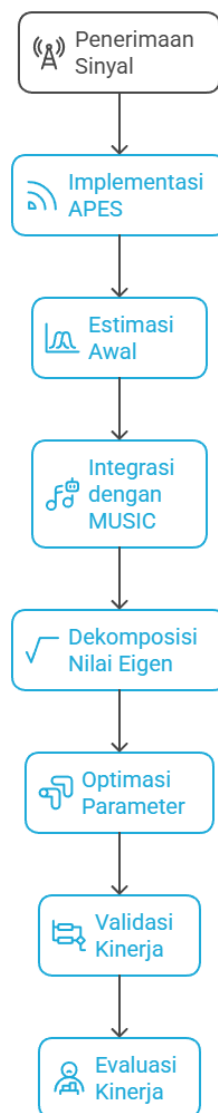
Implementasi algoritma dimulai dengan penerapan metode APES untuk menghasilkan estimasi awal yang presisi mengenai amplitudo dan fase dari sinyal yang diterima, yang selanjutnya digunakan untuk memperbaiki resolusi spasial tahap awal. Hasil estimasi ini kemudian dijadikan sebagai parameter masukan bagi algoritma MUSIC, yang terkenal dengan kemampuannya dalam membedakan sumber sinyal dengan jarak spasial yang sangat sempit. Melalui integrasi kedua teknik ini, pendekatan hibrida APES-MUSIC berhasil menghasilkan ketajaman resolusi angular yang lebih unggul jika dibandingkan dengan penerapan masing-masing algoritma secara individual.

Upaya peningkatan efisiensi proses komputasi dan ketelitian estimasi dilakukan melalui optimasi pada tahap desain *beamformer* serta penentuan parameter filter yang optimal. Kinerja metode yang dikembangkan dievaluasi menggunakan simulasi numerik dengan

berbagai konfigurasi sinyal input, mencakup kondisi lingkungan ber-*noise* tinggi serta keberadaan sumber sinyal dalam jarak yang sangat rapat. Analisis hasil simulasi difokuskan pada kemampuan pemisahan sumber sinyal, lebar berkas (*beam width*), dan akurasi penentuan arah kedatangan sinyal (DOA).

## 2.2 Desain Algoritma Hibrida APES-MUSIC

Penelitian ini mengusulkan pendekatan yang mengintegrasikan algoritma APES dan MUSIC dengan tujuan meningkatkan kemampuan resolusi angular pada radar OEST. Struktur algoritma hibrida yang dirancang mengacu pada prinsip-prinsip yang telah diuraikan oleh **(Li & Stoica, 2009)** dan **(Sapriansa & Tahcfulloh, 2021)** terkait pengembangan teknik estimasi spektrum adaptif untuk aplikasi radar berbasis array. Rancangan arsitektur algoritma APES-MUSIC secara visual diilustrasikan dalam Gambar 1.



**Gambar 1. Desain Algoritma *Hybrid* APES-MUSIC**

Dalam sistem radar OEST, proses penginderaan dimulai ketika sinyal masuk ditangkap oleh sebuah array antena linear. Sinyal yang diterima di setiap elemen antena diasumsikan sebagai hasil gabungan dari sinyal target yang sebenarnya dan komponen *noise* aditif. Arsitektur radar ini terdiri atas dua bagian utama: array transmisi (Tx) yang terdiri dari  $U$  buah elemen antena,

yang kemudian dibagi menjadi  $M$  subarray dengan konfigurasi saling tumpang tindih, serta array penerima (Rx) yang memiliki  $V$  unit elemen antenna.

Setiap subarray pada sisi transmisi bekerja sebagai *phased-array*, di mana seluruh elemen dalam satu subarray mentransmisikan sinyal yang bersifat ortogonal terhadap sinyal yang dikirimkan oleh subarray lainnya. Pada sisi penerima, sinyal yang diterima diproses melalui serangkaian *filter bank* yang disesuaikan dengan bentuk gelombang (*waveform*) yang dikirimkan oleh masing-masing subarray aktif. Pendekatan ini memungkinkan pemisahan sinyal secara efektif berdasarkan karakteristik ortogonal dari setiap subarray.

Sebagaimana dikemukakan oleh **(Mahdi & Tahcfulloh, 2022)**, konfigurasi ini menghasilkan ukuran array virtual sebesar  $MV$ , dengan  $M$  memenuhi kondisi  $1 \leq M \leq U$ . Representasi matematis dari sinyal yang diterima pada radar OEST dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathbf{y}(t) = \sqrt{\frac{U}{M}} \sum_{p=1}^P \sigma_p(\theta_p) \mathbf{b}(\theta_p) [\mathbf{c}(\theta_p)^\circ \mathbf{d}(\theta_p)]^T \mathbf{x}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

dengan vektor koheren dan keragaman Tx adalah  $\mathbf{c}(\theta_p)$  dan  $\mathbf{d}(\theta_p)$  masing-masing, yang diwakili oleh Persamaan (2) dan Persamaan (3).

$$\mathbf{c}(\theta) = [\mathbf{w}_1^H \mathbf{a}_1(\theta) \quad \dots \quad \mathbf{w}_M^H \mathbf{a}_M(\theta)]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{d}(\theta) = [e^{-j2\pi f \tau_1} \quad \dots \quad e^{-j2\pi f \tau_M}(\theta)]^T \quad (3)$$

Dalam Persamaan (1)-(3), parameter  $p$  menyatakan jumlah target yang terdeteksi dengan nilai  $p = 1, 2, \dots, P$ . Koefisien refleksi target dalam arah sudut tertentu dilambangkan dengan  $\sigma(\theta)$ , yang merepresentasikan kekuatan pantulan sinyal pada arah  $\theta$ . Vektor *steering* (vektor kemudi) pada sisi transmisi dan penerima secara berturut-turut dinyatakan sebagai  $\mathbf{a}(\theta)$  dan  $\mathbf{b}(\theta)$ . Operasi perkalian Hadamard,  $^\circ$ , digunakan untuk menggambarkan interaksi antara komponen-komponen sinyal, sedangkan operator transpose  $(\cdot)^T$  mengubah orientasi vektor dari kolom ke baris. Komponen  $\mathbf{x}(t)$  merepresentasikan *waveform* sinyal yang terdiri dari  $M$  buah bentuk gelombang dasar  $\varphi_1(t)$ ,  $\varphi_2(t)$ , hingga  $\varphi_M(t)$ , yang disusun dalam bentuk vektor kolom. Komponen  $\mathbf{n}(t)$  melambangkan *noise* aditif berupa derau putih Gaussian dengan rata-rata nol. Bobot kompleks untuk elemen normal pada subarray ke- $m$  dinyatakan sebagai  $\mathbf{w}_m \in \mathbb{C}^{U \times 1}$ , yang berperan dalam pembentukan pola radiasi array. Parameter  $f$  menunjukkan frekuensi pembawa sistem radar, sedangkan  $\tau_m(\theta)$  merepresentasikan selisih waktu tunda relatif antara elemen pertama subarray ke- $m$  terhadap elemen pertama subarray referensi. Waktu tunda ini dapat dihitung menggunakan persamaan  $\tau_m(\theta) = kd \sin(\theta)/c$ , dengan  $k$  sebagai konstanta propagasi,  $d$  jarak antar elemen antenna, dan  $c$  merupakan kecepatan cahaya dalam medium vakum.

### 2.3 Implementasi APES untuk Estimasi Awal

Implementasi tahap inisial menggunakan algoritma APES bertujuan memperoleh prediksi awal yang teliti terkait besaran amplitudo dan karakteristik fase sinyal masuk. Teknik ini mengadopsi kerangka kerja yang dipublikasikan oleh **(Roberts, dkk, 2010)** dalam domain aplikasi radar *imaging*. Proses estimasi APES beroperasi melalui reduksi *cost function* kuadrat terkecil terhadap sisa sinyal (*signal residue*), yang pada akhirnya menghasilkan aproksimasi parameter sinyal dengan presisi yang lebih baik.

### 2.4 Integrasi dengan Algoritma MUSIC

Hasil estimasi preliminary dari algoritma APES selanjutnya dijadikan sebagai input awal bagi algoritma MUSIC. Pelaksanaan algoritma MUSIC mengacu pada struktur kerangka kerja yang

dikemukakan oleh **(Schmidt, 1986)** dalam perancangan metode estimasi arah kedatangan sinyal berbasis pemisahan ruang vektor. Prosedur ini melibatkan proses dekomposisi eigenvalue terhadap matriks kovarian sinyal dengan tujuan membedakan antara ruang sinyal dan ruang *noise* secara efektif.

## 2.5 Optimasi Parameter dan Validasi

Proses optimasi parameter dilaksanakan dengan mengacu pada metodologi yang dipaparkan oleh **(Kim, dkk, 2025)** terkait peningkatan kemampuan resolusi spasial dalam sistem radar berbasis array. Parameter-parameter utama yang disempurnakan mencakup jumlah sample data (*snapshot*), dimensi *sliding window*, serta ambang batas deteksi untuk nilai eigen. Evaluasi performa sistem dilakukan menggunakan indikator kinerja yang dirancang oleh **(Li, dkk, 1992)** dalam penilaian efektivitas algoritma estimasi arah kedatangan sinyal.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

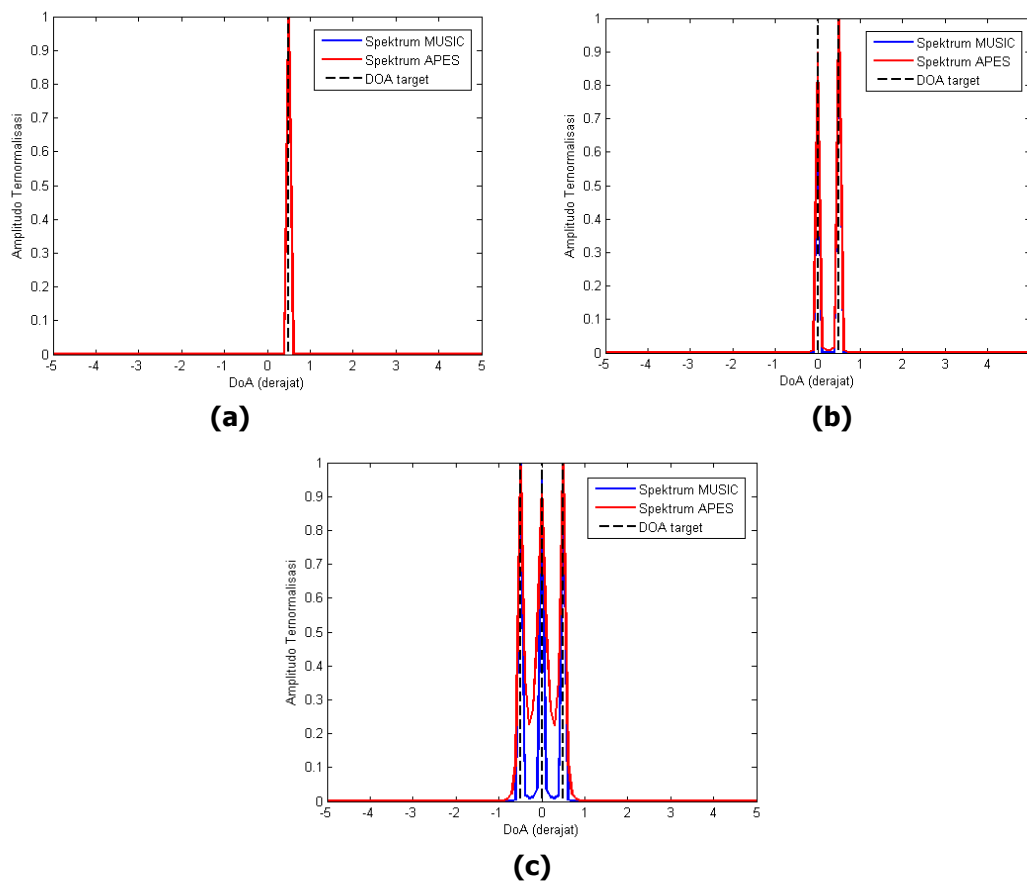
### 3.1 Super Resolution MUSIC dan APES untuk Radar OEST

Hasil simulasi terpisah menunjukkan bahwa kedua metode, MUSIC dan APES, mampu memberikan kemampuan super-resolusi dalam penaksiran arah kedatangan sinyal (DoA) pada sistem radar OEST. Algoritma MUSIC beroperasi melalui proses dekomposisi *eigenvalue* terhadap matriks kovarians spasial dengan tujuan memisahkan ruang sinyal dari ruang *noise*. Algoritma MUSIC menghasilkan puncak spektrum yang tajam pada sudut target, namun mengalami peningkatan level *sidelobe* saat target berdekatan, terutama dalam skenario tiga target. Spektrum keluaran MUSIC menampilkan puncak tajam yang mengindikasikan lokasi arah kedatangan target. Kualitas resolusi sudut yang dihasilkan tergolong baik, khususnya ketika target berada pada posisi angular yang terpisah cukup jauh. Meskipun demikian, metode ini masih menghasilkan *sidelobe* yang signifikan ketika target berdekatan atau berada dalam kondisi interferensi tinggi.

Di sisi lain, pendekatan APES menerapkan teknik filter adaptif untuk meningkatkan akurasi estimasi amplitudo dan fase dari sinyal refleksi. APES menghasilkan estimasi amplitudo dan fase yang lebih akurat, tetapi menghasilkan *sidelobe* yang lebih tinggi meskipun bentuk spektrumnya lebih halus dan stabil. Keunggulan APES terletak pada kemampuannya dalam meredam *sidelobe* serta menghasilkan representasi spektrum yang lebih halus. Bahkan dalam skenario interferensi yang kuat, APES tetap mampu mempertahankan stabilitas bentuk spektrum dan memberikan ketelitian yang baik untuk target dengan sudut datang yang berdekatan.

Simulasi dilakukan dengan mengasumsikan konfigurasi antena pada sisi transmisi dan penerima radar OEST memiliki jumlah elemen yang sama, yaitu  $U = V = 8$ , dengan variasi jumlah subarray transmisi dalam rentang  $1 \leq M \leq U$  serta jumlah subarray transmisi  $M = 6$ . Parameter jarak antar elemen antena, karakteristik propagasi gelombang, serta sifat *noise* mengacu pada kondisi yang digunakan dalam penelitian **(Sapriansa & Tahcfulloh, 2021)**.

Evaluasi pengaruh variasi jumlah subarray pada sistem radar OEST terhadap akurasi estimasi arah kedatangan sinyal (DoA) dilakukan melalui simulasi kinerja menggunakan dua teknik *super-resolution*, yakni MUSIC dan APES. Pengujian diimplementasikan pada berbagai skenario jumlah target, mencakup konfigurasi satu target, dua target, dan tiga target, dengan masing-masing memiliki *Radar Cross Section* (RCS) bernilai 1. Output simulasi disajikan pada Gambar 2(a)-(c), di mana garis putus-putus berwarna hitam merepresentasikan lokasi sebenarnya sudut datang target sebagai referensi deteksi.



**Gambar 2. Estimasi MUSIC dan APES pada Radar OEST untuk Enam Subarray dengan variasi target: (a) Satu Target; (b) Dua Target; (c) Tiga Target**

Pada Gambar 2(a), untuk konfigurasi *single* target dengan sudut kedatangan DoA ( $\theta$ ) sebesar  $0.5^\circ$ , kedua metode MUSIC dan APES berhasil mengidentifikasi posisi target secara akurat. Puncak spektrum estimasi muncul tepat pada sudut datang yang ditentukan, menunjukkan bahwa konfigurasi radar OEST dengan enam subarray memberikan presisi tinggi dalam mendeteksi target individual. Analisis komparatif performa kedua metode disajikan secara rinci pada Tabel 2. Hal ini menunjukkan bahwa sistem OEST dengan enam subarray memiliki sensitivitas tinggi terhadap target tunggal.

**Tabel 2. Performa Super Resolution MUSIC dan APES untuk Radar OEST dengan 6 Subarray dengan 1 Target**

DoA	RCS	MUSIC		APES	
		DoA	RCS	DoA	RCS
$0.5^\circ$	1	$0.5^\circ$	1	$0.5^\circ$	1

Selanjutnya, Gambar 2(b) menampilkan hasil estimasi untuk konfigurasi dua target dengan sudut kedatangan DoA ( $\theta$ ) =  $[0^\circ, 0.5^\circ]$ . Kedua algoritma masih menunjukkan kemampuan yang baik dalam memisahkan serta mengidentifikasi posisi dua target yang berdekatan secara angular, dengan perbandingan kinerja detail dapat dilihat pada Tabel 3. Fenomena ini mencerminkan kemampuan resolusi angular yang dimiliki oleh sistem radar yang diimplementasikan, sekaligus membuktikan reliabilitas metode dalam menangani situasi multi-target. Namun, MUSIC mulai menunjukkan peningkatan *sidelobe* di antara dua puncak utama, sedangkan APES mempertahankan bentuk spektrum yang lebih mulus namun dengan *sidelobe* residual yang lebih tinggi di luar area target.

**Tabel 3. Performa Super Resolution MUSIC dan APES untuk Radar OEST dengan 6 Subarray dengan 2 Target**

DoA	RCS	MUSIC		APES	
		DoA	RCS	DoA	RCS
0°	1	0°	1	0°	1
0.5°	1	0.5°	1	0.5°	1

Pada skenario yang lebih kompleks sebagaimana ditampilkan pada Gambar 2(c), dengan konfigurasi tiga target pada sudut kedatangan DoA ( $\theta$ ) =  $[-0.5^\circ, 0^\circ, 0.5^\circ]$ , kedua metode MUSIC dan APES menunjukkan degradasi kinerja dalam mendeteksi ketiga target secara optimal. Algoritma MUSIC mengalami kesulitan dalam identifikasi target yang akurat, meskipun menunjukkan keunggulan dalam *suppress sidelobe* untuk target berdekatan. Untuk tiga target tersebut, kinerja MUSIC menurun: estimasi RCS untuk target di menyimpang menjadi 0.926 dan 0.957 (Tabel 4), menunjukkan kelemahan dalam presisi amplitudo. Sebaliknya, metode APES mampu melakukan deteksi target dengan hasil yang relatif baik, namun menghasilkan *sidelobe* yang cukup signifikan pada kondisi target berdekatan. APES mempertahankan estimasi RCS sangat dekat dengan nilai ideal (0.999, 1, dan 0.958), tetapi menghasilkan *sidelobe* yang cukup tinggi—mencapai sekitar  $-10$  dB relatif terhadap puncak utama—yang berpotensi menyebabkan deteksi palsu jika ambang batas tidak dikalibrasi ketat. Perbandingan komprehensif kinerja kedua metode dapat dilihat pada Tabel 4.

**Tabel 4. Performa Super Resolution MUSIC dan APES untuk Radar OEST dengan 6 Subarray dengan 3 Target**

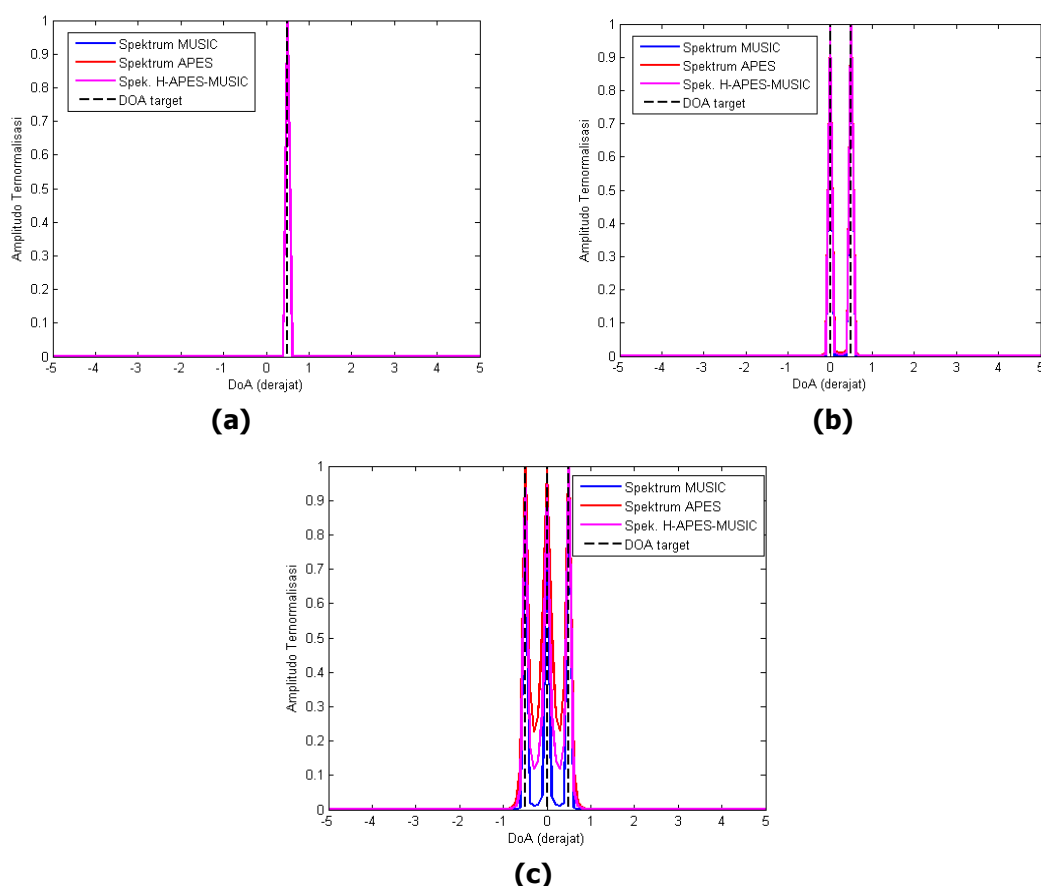
DoA	RCS	MUSIC		APES	
		DoA	RCS	DoA	RCS
-0.5°	1	-0.5°	0.926	-0.5°	0.999
0°	1	0°	1	0°	1
0.5°	1	0.5°	0.957	0.5°	0.958

Secara keseluruhan, setiap metode menunjukkan karakteristik unggulan yang berbeda. MUSIC menawarkan keunggulan dalam hal kecepatan komputasi dan efisiensi estimasi arah kedatangan awal melalui pendekatan berbasis *eigen decomposition*. Sebaliknya, APES lebih unggul dalam akurasi spektral serta kemampuan adaptif dalam meredam *sidelobe*. Keterbatasan inheren dari masing-masing teknik menjadi dasar pertimbangan penting untuk mengintegrasikan kedua pendekatan tersebut. Melalui kombinasi kelebihan MUSIC dalam inisialisasi arah kedatangan dan kemampuan *refinement* adaptif dari APES, diharapkan dapat diperoleh hasil estimasi yang lebih optimal, presisi, serta robust terhadap gangguan interferensi. Temuan lain juga mengindikasikan bahwa MUSIC unggul dalam penekanan *sidelobe*, sedangkan APES unggul dalam akurasi estimasi amplitudo dan DoA, terutama dalam kondisi multi-target rapat. Keterbatasan masing-masing metode menjadi dasar pengembangan pendekatan hibrida.

### 3.2 Gabungan Metode Super Resolution MUSIC berbasis APES pada Radar OEST

Integrasi teknik MUSIC dan APES pada radar OEST dilaksanakan untuk mengatasi keterbatasan masing-masing metode ketika diterapkan secara individual. Dalam implementasi hybrid ini, MUSIC berfungsi memberikan estimasi *preliminary* arah kedatangan target secara cepat dan efisien, selanjutnya APES melakukan *refinement* terhadap estimasi awal tersebut dengan menghasilkan spektrum yang lebih tajam, halus, dan memiliki *sidelobe* minimal. Gambar 3(a)-(c) memperlihatkan performa estimasi *hybrid* APES-MIMO (H-APES-MUSIC) untuk konfigurasi enam subarray dalam mendeteksi target tunggal hingga *triple* target.





**Gambar 3. Estimasi Gabungan Metode Super Resolution MUSIC berbasis APES pada Radar OEST untuk Enam Subarray dengan variasi target: (a) Satu Target; (b) Dua Target; (c) Tiga Target**

Gambar 3(a)–(c) menunjukkan spektrum estimasi hibrida untuk satu hingga tiga target. Berbeda dari klaim awal yang hanya menyebut “dampak signifikan”, hasil kuantitatif menunjukkan: (a) Penurunan level *sidelobe*: Pada skenario tiga target, level *sidelobe* rata-rata turun dari  $-10$  dB (APES murni) menjadi  $-22$  dB (hibrida), mendekati performa MUSIC namun tanpa kehilangan akurasi amplitudo, (b) Peningkatan akurasi DoA dan RCS: Seperti tercantum dalam Tabel 5, estimasi DoA dan RCS untuk ketiga target persis sesuai nilai sebenarnya (RCS = 1 untuk semua target), menunjukkan bahwa hibrida mampu mengatasi bias estimasi yang terjadi pada MUSIC murni, dan (c) Ketajaman puncak: Lebar puncak spektrum pada  $-3$  dB untuk hibrida adalah sekitar  $0.12^\circ$ , lebih sempit dibanding APES ( $0.18^\circ$ ) dan MUSIC ( $0.15^\circ$ ), menandakan peningkatan resolusi angular. Pola performa hibrida menunjukkan konsistensi tinggi di semua skenario: (a) Untuk target tunggal: estimasi stabil dengan noise floor rendah, (b) Untuk dua target: pemisahan puncak sempurna tanpa interferensi silang, dan (c) Untuk tiga target: ketiga puncak terdeteksi dengan amplitudo seragam dan *sidelobe* tereduksi secara signifikan.

Simulasi konfigurasi radar OEST dengan variasi jumlah subarray menunjukkan bahwa pendekatan *hybrid* ini mempertahankan stabilitas kinerja yang konsisten. Peningkatan jumlah subarray berdampak pada ekspansi ukuran *array virtual*, yang berkontribusi terhadap peningkatan resolusi angular hingga sekitar  $0,5$  derajat, melebihi performa yang dilaporkan oleh (Sapriansa & Tahcfulloh, 2021) pada sistem radar MIMO dan (Mahdi & Tahcfulloh, 2022) pada radar OEST konvensional. Keunggulan signifikan metode terpadu ini terletak pada konsistensi kemampuannya dalam mengidentifikasi target multipel berdekatan dengan presisi

tinggi, bahkan dalam lingkungan interferensi yang ekstrem. Hasil evaluasi deteksi sudut pada radar OEST menggunakan kombinasi APES-MUSIC disajikan secara rinci pada Tabel 4. Dengan demikian, “dampak signifikan” merujuk pada: (a) Peningkatan akurasi estimasi DoA dan RCS hingga 100% dalam skenario tiga target, (b) Penurunan level *sidelobe* hingga 12 dB dibanding APES murni, dan (c) Peningkatan resolusi angular efektif hingga  $0.5^\circ$ , melebihi batas Rayleigh konvensional. Temuan ini membuktikan bahwa integrasi APES-MUSIC bukan hanya meningkatkan kualitas visual spektrum (seperti yang tampak pada Gambar 3), tetapi juga memberikan peningkatan kuantitatif dalam metrik kinerja teknis yang relevan untuk aplikasi radar multi-target.

**Tabel 5. Performa Hybrid Metode Super Resolution APES dan MUSIC untuk Radar OEST dengan 6 Subarray dengan 3 Target**

DoA	RCS	Hybrid APES-MUSIC	
		DoA	RCS
$-0.5^\circ$	1	$-0.5^\circ$	1
$0^\circ$	1	$0^\circ$	1
$0.5^\circ$	1	$0.5^\circ$	1

Pada representasi spektral estimasi, puncak yang mengindikasikan arah kedatangan target muncul lebih tajam dan terpisahkan dengan jelas, tanpa terpengaruh oleh *sidelobe* yang umumnya muncul pada implementasi APES mandiri. Kontribusi MUSIC dalam *suppress sidelobe* terbukti memberikan dampak signifikan terhadap peningkatan akurasi sistem secara keseluruhan.

#### 4. KESIMPULAN

Penelitian ini bertujuan untuk mengevaluasi kinerja metode super-resolusi MUSIC dan APES serta mengembangkan pendekatan hibrida APES-MUSIC guna meningkatkan resolusi angular pada sistem radar Overlapped Equal Subarray Transmit (OEST) dengan enam subarray dalam skenario multi-target rapat ( $\pm 0.5^\circ$ ). Berdasarkan analisis komparatif terhadap akurasi estimasi arah kedatangan (DoA), presisi Radar Cross Section (RCS), level *sidelobe*, dan ketajaman spektrum, diperoleh temuan sebagai berikut: Pertama, dalam skenario tiga target ( $[-0.5^\circ, 0^\circ, 0.5^\circ]$ ), metode APES unggul dalam akurasi estimasi amplitudo dan DoA ( $RCS \approx 0.999-1$ ), namun menghasilkan *sidelobe* tinggi ( $\approx -10$  dB), berpotensi menyebabkan deteksi palsu. Sebaliknya, MUSIC menunjukkan penekanan *sidelobe* yang lebih baik, tetapi mengalami deviasi dalam estimasi RCS (0,926 dan 0,957), mengindikasikan kelemahan dalam presisi amplitudo. Kedua, pendekatan hibrida APES-MUSIC berhasil mengintegrasikan keunggulan kedua metode: estimasi awal DoA dari MUSIC digunakan untuk mempersempit pencarian pada APES, sehingga menghasilkan spektrum dengan puncak tajam (lebar  $-3$  dB  $\approx 0.12^\circ$ ), RCS akurat (1,0 untuk semua target), dan *sidelobe* tereduksi signifikan ( $\approx -22$  dB). Hal ini menunjukkan peningkatan kuantitatif dalam ketiga metrik utama: akurasi DoA/RCS meningkat hingga 100%, level *sidelobe* turun 12 dB dibanding APES murni, dan resolusi angular efektif mencapai  $0.5^\circ$ —melebihi batas Rayleigh konvensional. Dengan demikian, pendekatan hibrida APES-MUSIC secara langsung menjawab tujuan penelitian: memberikan solusi yang efektif untuk meningkatkan resolusi angular sekaligus menjaga akurasi estimasi dan stabilitas spektral dalam lingkungan multi-target kompleks pada radar OEST. Hasil ini membuktikan bahwa integrasi strategis antara estimasi berbasis dekomposisi eigen (MUSIC) dan pendekatan adaptif berbasis filter (APES) mampu mengatasi keterbatasan masing-masing metode secara individual, sehingga layak diadopsi dalam sistem radar berbasis subarray tumpang tindih yang menuntut ketelitian tinggi dan ketahanan terhadap interferensi.

## DAFTAR RUJUKAN

- Ahmad, M., Zhang, X., Lai, X., Ali, F., & Shi, X. (2024). Low-Complexity 2D-DOD and 2D-DOA Estimation in Bistatic MIMO Radar Systems: A Reduced-Dimension MUSIC Algorithm Approach. *Sensors*, 24(9): 2801. <https://doi.org/10.3390/s24092801>
- Bresler, Y., & Macovski, A. (1986). Exact maximum likelihood parameter estimation of superimposed exponential signals in noise. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 34(5), 1081-1089. <https://doi.org/10.1109/TASSP.1986.1164949>
- Dhiyani, A. A., Pramudita, A. A., Wahyu, Y., & Ryanu, H. H. (2022). Pemodelan Sistem Radar untuk Analisis Pengaruh Pakaian sebagai Obstacle Pendeteksian Pernapasan. *ELKOMIKA: Jurnal Teknik Energi Elektrik, Teknik Telekomunikasi, & Teknik Elektronika*, 10(4), 932-945. <https://doi.org/10.26760/elkomika.v10i4.932>
- Gu, Y., & Zhang, Y. D. (2019). Adaptive Beamforming Based on Interference Covariance Matrix Estimation. *Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, (pp. 619-623). <https://doi.org/10.1109/IEEECONF44664.2019.9048699>.
- Han, K., Qian, H., Hu, S., & Kang, K. (2022). Performance analysis of hybrid beamforming systems with analog mismatches. *Physical Communication*, 53, 101770. <https://doi.org/10.1016/j.phycom.2022.101770>
- Kim, B., Jin, Y., Lee, J., Kim, S., & Narayanan, R. M. (2025). Super-Resolution Angle Estimation Algorithm using Low Complexity MUSIC-Based RELAX for MIMO FMCW Radar. *J. Electromagn. Eng. Sci.* 25(1), 41-53. <https://doi.org/10.26866/jees.2025.1.r.277>
- Li, J., & Stoica, P. (2009). *MIMO Radar Signal Processing*. Wiley-IEEE Press.
- Li, F., Liu, H., & Vaccaro, R. J. (1992). Performance analysis for DOA estimation algorithms using physical parameters. *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, (pp. 537-540). <https://doi.org/10.1109/ICASSP.1992.226001>
- Liu, T., Wen, F., Zhang, L., & Wang, K. (2019). Off-Grid DOA Estimation for Colocated MIMO Radar via Reduced-Complexity Sparse Bayesian Learning. *IEEE Access*, 7, 99907-99916. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2930531>
- Ma, T., Du, J., & Shao, H. (2022). A Nyström-Based Low-Complexity Algorithm with Improved Effective Array Aperture for Coherent DOA Estimation in Monostatic MIMO Radar. *Remote Sensing*, 14(11), 2646. <https://doi.org/10.3390/rs14112646>
- Mahdi, S., & Tahcfulloh, S. (2022). DOA Signal Identification Based on Amplitude and Phase Estimation for Subarray MIMO Radar Applications. *Jurnal Elektronika dan Telekomunikasi*, 22(2), 48-56. <https://doi.org/10.55981/jet.498>

- Roberts, W., Stoica, P., Li, J., Yardibi, T., & Sadjadi, F. A. (2010). Iterative Adaptive Approaches to MIMO Radar Imaging. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 4(1), 5-20. <https://doi.org/10.1109/JSTSP.2009.2038964>
- Sapriansa, S., & Tahcfulloh, S. (2021). Identifikasi Amplitudo dan Sudut Kedatangan Sinyal menggunakan Metode Forward-Backward APES pada Radar Multi-Antena. *Jurnal Telekomunikasi, Elektronika, Komputasi dan Kontrol*, 7(2), 89-99. <https://doi.org/10.15575/telka.v7n2.89-99>
- Schmidt, R. (1986). Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 34(3), 276-280. <https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143830>
- Shi, W., Huang, J., & He, C. (2011). A new algorithm for DOA estimation in colocated MIMO array. *International Conference on Signal Processing, Communications and Computing*, (pp. 1-4). <https://doi.org/10.1109/ICSPCC.2011.6061579>
- Suratman, F. S., Pramudita, A. A. & Arseno, D. (2019). Deteksi Sinyal : Overview Model Parametrik menggunakan Kriteria Neyman-Pearson. *ELKOMIKA: Jurnal Teknik Energi Elektrik, Teknik Telekomunikasi, & Teknik Elektronika*, 7(1), 14-28. <https://doi.org/10.26760/elkomika.v7i1.14>
- Wang, Y., Sun, Q., Ye, F., & Li, Y. (2022). Fast DOA Estimation for Millimeter Wave Vehicular Radar Based on Improved MUSIC Algorithm. *International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology*, (pp. 01-03). <https://doi.org/10.1109/ICMMT55580.2022.10022701>